This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.
इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है।

Roll No.
अनुक्रमांक

Code No. 65/ASS/3
कोड नं.

SET/सेट **A**

MATHEMATICS
गणित
(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ______________________

Signature of Invigilators **1.** ______________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ______________________

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.

2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.

3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.

4 Write your Question Paper Code No. **65/ASS/3, Set–A** on the Answer-Book.

5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।

2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है । इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।

3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।

4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/ASS/3, सेट-A** लिखें।

5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं:
अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note : (i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश : (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION - A

खण्ड – अ

1 If $X+\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 4\\ 3 & 0\end{bmatrix}$, then X is equal to : **1**

यदि $X+\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 4\\ 3 & 0\end{bmatrix}$ है, तो X बराबर है :

(A) $\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & -4\end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix}-3 & -7\\ -2 & -4\end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix}7 & 1\\ 4 & -4\end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix}3 & 7\\ 2 & 4\end{bmatrix}$

2 The principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ is : **1**

$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान है :

(A) $-\frac{\pi}{3}$ (B) $-\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$

3 $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin x}{x-\pi}$ is equal to **1**

$\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin x}{x-\pi}$ बराबर है

(A) -1 (B) 1

(C) π (D) $\frac{\pi}{2}$

4 Derivative of $e^{\tan^3 x}$ with respect to x is : **1**

x के सापेक्ष $e^{\tan^3 x}$ का अवकलज है :

(A) $e^{3\tan^2 x \sec^2 x}$ (B) $3\, e^{\tan^3 x} \tan x \sec x$

(C) $3\, e^{\tan^3 x} \cdot \tan^2 x \sec^2 x$ (D) $3\, e^{\tan^3 x} \cdot \tan^2 x$

5 When all the conditions of Rolle's theorem are satisfied for the function **1**

$f(x) = x^2, x \in [-1, 1]$, then the value of point C which verifies the theorem is :

जब रोले के प्रमेय के सभी प्रतिबन्ध, फलन $f(x) = x^2, x \in [-1, 1]$ पर सन्तुष्ट हैं, तो बिन्दु C का वह मान जो इस प्रमेय को सत्यापित करता है, होगा :

(A) -1 (B) 0

(C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

6 $\int (1-x)\sqrt{x}\, dx$ is equal to **1**

$\int (1-x)\sqrt{x}\, dx$ बराबर है :

(A) $\frac{3}{2} x^{3/2} - \frac{5}{2} x^{5/2} + C$ (B) $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} + C$

(C) $\frac{2}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x} + C$ (D) $\frac{2}{3} x^{3/2} - \frac{2}{5} x^{5/2} + C$

7 Distance of the point (1, –2, 4) from the plane $5x - y + 2z - 6 = 0$ is **1**

बिन्दु (1, –2, 4) की समतल $5x - y + 2z - 6 = 0$ से दूरी है :

(A) $\frac{5}{\sqrt{30}}$ (B) $\frac{9}{\sqrt{30}}$

(C) $\frac{15}{\sqrt{30}}$ (D) $\frac{9}{\sqrt{21}}$

8 Two statements p and q are given **1**

p : If a number is divisible by 3, then it is divisible by 9 also.

q : If a number is not divisible by 9, then it is not divisible by 3 also.

Which of the following is true?

(A) q is negation of p (B) q is converse of p

(C) q is contrapositive of p (D) None of the above

दो कथन p तथा q दिए हैं

p : यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो यह 9 से भी विभाजित होगी।

q : यदि कोई संख्या 9 से विभाजित नहीं होती है, तो यह 3 से भी विभाजित नहीं होगी।

निम्न में से कौन सत्य है?

(A) q निषेधन है p का (B) q विलोम है p का

(C) q प्रतिधनात्मक है p का (D) उपरोक्त में से कोई नहीं

9 The value of $\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ is **1**

$\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ का मान है :

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

10 $\int \cos 2x \, dx$ is equal to **1**

$\int \cos 2x \, dx$ बराबर है :

(A) $2\sin 2x + C$ (B) $-\frac{\sin 2x}{2} + C$

(C) $-2\sin 2x + C$ (D) $\frac{\sin 2x}{2} + C$

SECTION - B

खण्ड – ब

11 Write the component statements of the following compound statement and check whether the compound statement is true or not. **2**

"All prime numbers are either even or odd".

निम्न मिश्र कथन के घटक कथन लिखिए तथा मिश्र कथन की सत्यता की जाँच कीजिए।

''सभी अभाज्य संख्याएँ या तो सम हैं या विषम।''

12 Using determinants, show that the points $(a, b+c), (b, c+a)$ and $(c, a+b)$ are collinear. **2**

सारणिकों का प्रयोग करते हुए, दर्शाइए कि बिन्दु $(a, b+c), (b, c+a)$ तथा $(c, a+b)$ संरेख हैं।

13 If $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$, then find $\frac{dy}{dx}$ at (9, 4). **2**

यदि $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$ है, तो बिन्दु (9, 4) पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

14 Show that $y = Ax + \frac{B}{x}$, $x \neq 0$ is a solution of the differential equation **2**

$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0$.

दर्शाइए कि $y = Ax + \frac{B}{x}$, $x \neq 0$, अवकल समीकरण $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0$ का एक हल है।

15 Show that the relation $R = \{(a, b) : a > b\}$ on N is transitive but not symmetric. **2**

दर्शाइए कि समुच्चय N पर सम्बन्ध R जो कि $R = \{(a, b) : a > b\}$ द्वारा परिभाषित है, संक्रमक है परन्तु सममित नहीं है।

16 If $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$, then find a unit vector parallel to $3\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$. **2**

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$ हैं, तो $3\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ के समान्तर एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Show that the points A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) and C (1, –3, 1) are vertices of an isosceles right – angled triangle.

दर्शाइए कि बिन्दु A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) तथा C (1, –3, 1) एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु हैं।

SECTION - C

खण्ड - स

17 Express $A=\begin{bmatrix}-1 & 3 & 5\\ -6 & 8 & 3\\ -4 & 6 & 5\end{bmatrix}$ as a sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. **4**

$A=\begin{bmatrix}-1 & 3 & 5\\ -6 & 8 & 3\\ -4 & 6 & 5\end{bmatrix}$ को एक सममित तथा एक विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

18 If $\sin^2 y+\cos xy=\pi$, then find $\frac{dy}{dx}$. **4**

यदि $\sin^2 y+\cos xy=\pi$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

19 Evaluate **4**

मान ज्ञात कीजिए

$$\int_0^2 x(2-x)^n\,dx$$

20 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix}a+b+c & -c & -b\\ -c & a+b+c & -a\\ -b & -a & a+b+c\end{vmatrix}=2(a+b)(b+c)(c+a)$$

21 Let $A = R-\{3\}$ and $B = R-\{1\}$. Show that the function $f: A \to B$ defined by $f(x)=\dfrac{x-2}{x-3}$ is a bijective function. **4**

माना $A = R-\{3\}$ तथा $B = R-\{1\}$. दर्शाइए कि फलन $f: A \to B$ जो $f(x)=\dfrac{x-2}{x-3}$ द्वारा परिभाषित है एक एकैकी आच्छादक फलन है।

OR / अथवा

If $f(x)=\dfrac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$, show that 'fof' is an identity function. What is the inverse of f?

यदि $f(x)=\dfrac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$ है, तो दर्शाइए कि fof एक इकाई फलन है। f का प्रतिलोम फलन क्या है?

22 Determine the values of a and b for which the function $f(x)$ is continuous at $x=\dfrac{\pi}{2}$ **4**

a तथा b के वह मान ज्ञात कीजिए जिस पर फलन $f(x)$, $x=\dfrac{\pi}{2}$ पर सतत है –

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\cos x}{\pi-2x} & , x>\dfrac{\pi}{2} \\ 2a+1 & , x=\dfrac{\pi}{2} \\ \dfrac{b\left(1-\sin^2 x\right)}{2\cos^2 x} & , x<\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

23 Write in the simplest form **4**

सरलतम रूप में लिखिए

$$\tan\left[\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)+\frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-y^2}{1+y^2}\right)\right]$$

24 Find the equations of tangents to the curve $x^3 - y + 2x + 6 = 0$ which are perpendicular to the line $x + 14y + 4 = 0$. **4**

वक्र $x^3 - y + 2x + 6 = 0$ के उन स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $x + 14y + 4 = 0$ पर लम्ब हैं।

25 Find : **4**

ज्ञात कीजिए :

$$\int\left(\sin^{-1}x\right)^2 dx$$

26 The foot of the perpendicular drawn from the point $P(-2, -1, -3)$ to the plane is $A(1, -3, 3)$. Find the vector equation of the plane. **4**

बिन्दु $P(-2, -1, -3)$ से एक समतल पर लम्ब का पाद $A(1, -3, 3)$ है। समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

27 Show that the lines **4**

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ and}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

intersect and find their point of intersection.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ तथा}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

प्रतिच्छेदी है और प्रतिच्छेदन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two vectors such that $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|$, then prove that $2\vec{a} + \vec{b}$ is perpendicular to $\vec{b}$.

यदि $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ दो सदिश इस प्रकार है कि $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|$, तो सिद्ध कीजिए कि $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b}$ पर लम्ब है।

28 Solve the differential equation **4**

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x^2 y\, dx - \left(x^3 + y^3\right) dy = 0$$

OR / अथवा

Solve the differential equation

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x\frac{dy}{dx} - y = x^2$$

SECTION - D

खण्ड - द

29 Show that the height of the closed cylinder of given total surface area and maximum volume is equal to the diameter of its base. **6**

दर्शाइए कि बन्द लम्बवृत्तीय बेलन, जिसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल दिया गया है, का आयतन अधिकतम होगा जब उसकी ऊँचाई इसके आधार के व्यास के बराबर होगी।

OR / अथवा

Find the intervals in which the function $f(x) = \sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ is

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x) = \sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

30 Find the coordinates of the point where the line $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{2}$ intersects the plane $2x - 3y + z - 5 = 0$. Also, find the angle between the line and the plane. **6**

रेखा $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{2}$ तथा समतल $2x - 3y + z - 5 = 0$ जहाँ प्रतिच्छेद करते हैं उस बिन्दु को ज्ञात कीजिए। दिए हुए रेखा तथा समतल के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

31 If $A=\begin{bmatrix}5 & 3\\ -1 & -2\end{bmatrix}$, then find the value of λ, so that $A^2=\lambda A+7I$. **6**

Hence, find A^{-1}.

यदि $A=\begin{bmatrix}5 & 3\\ -1 & -2\end{bmatrix}$ है, तो $A^2=\lambda A+7I$ में λ का मान ज्ञात कीजिए। इससे A^{-1} ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find the inverse of the following matrix, using elementary row operations.
प्रारंभिक पंक्ति संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

32 Draw a sketch of the region bounded by the parabola $y^2=6x$ and the line $y=2x$. Using integration, find the area of this bounded region. **6**

परवलय $y^2=6x$ तथा रेखा $y=2x$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खींचिये। समाकलन का प्रयोग करते हुए, इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

33 A dealer deals in two items - fans and sewing machines. He has only ₹ 57,600 to invest and a space for atmost 20 items. A fan costs him ₹ 2400 and a sewing machine ₹ 3600. He can sell a fan at a profit of ₹ 180 and a sewing machine at a profit of ₹ 220. Assuming that he can sell all the items that he can buy, how should he invest his money in order to maximize the profit ? Formulate this as a linear programming problem and solve it graphically. **6**

एक व्यापारी दो वस्तुओं पंखे तथा सिलाई मशीन का व्यापार करता है। उसके पास व्यापार में लगाने के लिए केवल ₹ 57,600 है और अधिकतम 20 वस्तुओं को रखने की जगह है। एक पंखे का मूल्य ₹ 2400 तथा एक सिलाई मशीन का मूल्य ₹ 3600 है। वह एक पंखे को ₹ 180 लाभ पर तथा एक सिलाई मशीन को ₹ 220 लाभ पर बेच सकता है। यह मानते हुए कि वह खरीदी हुई सभी वस्तुएं बेच सकता है, अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए उसे अपना धन किस प्रकार व्यापार में लगाना चाहिए? इसे रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए और आलेख द्वारा हल कीजिए।

Roll No.
अनुक्रमांक

This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.

इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है।

Roll No.
अनुक्रमांक

Code No. 65/ASS/3
कोड नं.

SET/सेट B

MATHEMATICS
गणित
(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ____________________

Signature of Invigilators 1. ____________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ____________________

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.

2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.

3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.

4 Write your Question Paper Code No. **65/ASS/3, Set–B** on the Answer-Book.

5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.

(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।

2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है । इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।

3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।

4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/ASS/3, सेट-B** लिखें।

5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं:
अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।

(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note : (i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश : (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION - A

खण्ड – अ

1 $\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$ is equal to **1**

$\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$ बराबर है

(A) -1 (B) 1

(C) π (D) $\frac{\pi}{2}$

2 Derivative of $e^{\tan^3 x}$ with respect to x is : **1**

x के सापेक्ष $e^{\tan^3 x}$ का अवकलज है :

(A) $e^{3\tan^2 x \sec^2 x}$ (B) $3\, e^{\tan^3 x} \tan x \sec x$

(C) $3\, e^{\tan^3 x} \cdot \tan^2 x \sec^2 x$ (D) $3\, e^{\tan^3 x} \cdot \tan^2 x$

3 Distance of the point (1, –2, 4) from the plane $5x - y + 2z - 6 = 0$ is **1**

बिन्दु (1, –2, 4) की समतल $5x - y + 2z - 6 = 0$ से दूरी है :

(A) $\frac{5}{\sqrt{30}}$ (B) $\frac{9}{\sqrt{30}}$

(C) $\frac{15}{\sqrt{30}}$ (D) $\frac{9}{\sqrt{21}}$

4 The value of $\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ is **1**

$\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ का मान है :

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

5 If $X + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, then X is equal to : **1**

यदि $X + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो X बराबर है :

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -3 & -7 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

6 $\int \frac{x-1}{x^2}\,dx$ is equal to : **1**

$\int \frac{x-1}{x^2}\,dx$ बराबर है :

(A) $\log x + \frac{1}{x} + c$ (B) $-\frac{1}{2x} + c$

(C) $-\frac{1}{x} - \frac{x^3}{3} + c$ (D) $\log x - \frac{x^3}{3} + c$

7 $\int \cos 2x \, dx$ is equal to 1

$\int \cos 2x \, dx$ बराबर है :

(A) $2\sin 2x + C$

(B) $-\frac{\sin 2x}{2} + C$

(C) $-2\sin 2x + C$

(D) $\frac{\sin 2x}{2} + C$

8 The principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ is : 1

$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान है :

(A) $-\frac{\pi}{3}$

(B) $-\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{2\pi}{3}$

(D) $\frac{5\pi}{6}$

9 When all the conditions of Rolle's theorem are satisfied for the function $f(x) = x^2, x \in [-1, 1]$, then the value of point C which verifies the theorem is : 1

जब रोले के प्रमेय के सभी प्रतिबन्ध, फलन $f(x) = x^2, x \in [-1, 1]$ पर सन्तुष्ट हैं, तो बिन्दु C का वह मान जो इस प्रमेय को सत्यापित करता है, होगा :

(A) -1

(B) 0

(C) 1

(D) $\frac{1}{2}$

10 Two statements p and q are given **1**

p : If a number is divisible by 3, then it is divisible by 9 also.

q : If a number is not divisible by 9, then it is not divisible by 3 also.

Which of the following is true?

(A) q is negation of p (B) q is converse of p

(C) q is contrapositive of p (D) None of the above

दो कथन p तथा q दिए हैं

p : यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो यह 9 से भी विभाजित होगी।

q : यदि कोई संख्या 9 से विभाजित नहीं होती है, तो यह 3 से भी विभाजित नहीं होगी।

निम्न में से कौन सत्य है?

(A) q निषेधन है p का (B) q विलोम है p का

(C) q प्रतिधनात्मक है p का (D) उपरोक्त में से कोई नहीं

SECTION - B

खण्ड – ब

11 Write the component statements of the following compound statement and check whether the compound statement is true or not. **2**

'24 is a multiple of 2 and 5'

निम्न मिश्र कथन के घटक कथन लिखिए तथा मिश्र कथन की सत्यता की जाँच कीजिए।

'24, 2 और 5 का गुणज है'

12 If $\sqrt{x}+\sqrt{y}=5$, then find $\frac{dy}{dx}$ at (9, 4). **2**

यदि $\sqrt{x}+\sqrt{y}=5$ है, तो बिन्दु (9, 4) पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

13 Show that the relation $R=\{(a,b):a>b\}$ on N is transitive but not symmetric. **2**

दर्शाइए कि समुच्चय N पर सम्बन्ध R जो कि $R=\{(a,b):a>b\}$ द्वारा परिभाषित है, संक्रमक है परन्तु सममित नहीं है।

14 If $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$, then find a unit vector parallel to $3\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$. **2**

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$ हैं, तो $3\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ के समान्तर एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Show that the points A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) and C (1, –3, 1) are vertices of an isosceles right – angled triangle.

दर्शाइए कि बिन्दु A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) तथा C (1, –3, 1) एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु हैं।

15 Using determinants, show that the points $(a, b+c), (b, c+a)$ and $(c, a+b)$ are collinear. **2**

सारणिकों का प्रयोग करते हुए, दर्शाइए कि बिन्दु $(a, b+c), (b, c+a)$ तथा $(c, a+b)$ संरेख हैं।

16 Show that $y = Ax + \frac{B}{x},\ x \neq 0$ is a solution of the differential equation **2**

$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0$.

दर्शाइए कि $y = Ax + \frac{B}{x},\ x \neq 0$, अवकल समीकरण $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0$ का एक हल है।

SECTION - C

खण्ड - स

17 Let $A = R - \{3\}$ and $B = R - \{1\}$. Show that the function $f : A \to B$ **4**

defined by $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$ is a bijective function.

माना $A = R - \{3\}$ तथा $B = R - \{1\}$. दर्शाइए कि फलन $f : A \to B$ जो $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$ द्वारा परिभाषित है एक एकैकी आच्छादक फलन है।

OR / अथवा

If $f(x) = \dfrac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$, show that '*fof*' is an identity function. What is the inverse of f?

यदि $f(x) = \dfrac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$ है, तो दर्शाइए कि *fof* एक इकाई फलन है। f का प्रतिलोम फलन क्या है?

18 If $x = 4t$ and $y = \dfrac{4}{t}$, then find $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ at $t = \dfrac{1}{2}$. **4**

यदि $x = 4t$ और $y = \dfrac{4}{t}$ है, तो $t = \dfrac{1}{2}$ पर $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

19 Evaluate : **4**

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-4}^{0} |x+1| \, dx$$

20 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2$$

21 Write in the simplest form **4**

सरलतम रूप में लिखिए

$$\tan\left[\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)+\frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-y^2}{1+y^2}\right)\right]$$

22 Find the value of k for which the function $f(x)$ is continuous at $x=0$. **4**

k का वह मान ज्ञात कीजिए जिस पर फलन $f(x)$, $x=0$ पर सतत है।

$$f(x)=\begin{cases} (k+1)\sin\frac{\pi}{2}(x+1) & , x \le 0 \\ \frac{\tan x - \sin x}{x^3} & , x > 0 \end{cases}$$

23 Find : **4**

ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\sin^{-1} x\right)^2 dx$$

24 Show that the lines **4**

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ and}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

intersect and find their point of intersection.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ तथा}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

प्रतिच्छेदी है और प्रतिच्छेदन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two vectors such that $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}|$, then prove that $2\vec{a} + \vec{b}$ is perpendicular to $\vec{b}$.

यदि $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ दो सदिश इस प्रकार है कि $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}|$, तो सिद्ध कीजिए कि $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b}$ पर लम्ब है।

25 Express $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ as a sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. **4**

$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ को एक सममित तथा एक विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

26 Find the equations of tangents to the curve $x^3 - y + 2x + 6 = 0$ which are perpendicular to the line $x + 14y + 4 = 0$. **4**

वक्र $x^3 - y + 2x + 6 = 0$ के उन स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $x + 14y + 4 = 0$ पर लम्ब हैं।

27 Solve the differential equation **4**

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x^2 y\, dx - \left(x^3 + y^3\right) dy = 0$$

OR / अथवा

Solve the differential equation

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x\frac{dy}{dx} - y = x^2$$

28 The foot of the perpendicular drawn from the point $P(-2, -1, -3)$ to the plane is $A(1, -3, 3)$. Find the vector equation of the plane. **4**

बिन्दु $P(-2, -1, -3)$ से एक समतल पर लम्ब का पाद $A(1, -3, 3)$ है। समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

SECTION - D

खण्ड - द

29 If $A=\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$, then find the value of λ, so that $A^2=\lambda A+7I$. **6**

Hence, find A^{-1}.

यदि $A=\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ है, तो $A^2=\lambda A+7I$ में λ का मान ज्ञात कीजिए। इससे A^{-1} ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find the inverse of the following matrix, using elementary row operations.
प्रारंभिक पंक्ति संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

30 Draw a sketch of the region bounded by the parabola $y^2=6x$ and the line $y=2x$. Using integration, find the area of this bounded region. **6**

परवलय $y^2=6x$ तथा रेखा $y=2x$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खींचिये। समाकलन का प्रयोग करते हुए, इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

31 Show that the height of the closed cylinder of given total surface area and maximum volume is equal to the diameter of its base. **6**

दर्शाइए कि बन्द लम्बवृत्तीय बेलन, जिसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल दिया गया है, का आयतन अधिकतम होगा जब उसकी ऊँचाई इसके आधार के व्यास के बराबर होगी।

OR / अथवा

Find the intervals in which the function $f(x) = \sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ is

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x) = \sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

32 Find the coordinates of the point where the line $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{2}$ intersects the plane $2x - 3y + z - 5 = 0$. Also, find the angle between the line and the plane. **6**

रेखा $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{2}$ तथा समतल $2x - 3y + z - 5 = 0$ जहाँ प्रतिच्छेद करते हैं उस बिन्दु को ज्ञात कीजिए। दिए हुए रेखा तथा समतल के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

33 A bakery shop makes two types of cakes. Type-I cake requires 200 g of flour and 25 g fat and Type-II cake requires 100 g of flour and 50 g of fat. Find the maximum numbers of cakes which can be made from 5 kg of flour and 1 kg of fat assuming that there is no shortage of other ingredients used in it. Formulate this as a linear programming problem and solve graphically. **6**

एक बेकरी की दुकान दो प्रकार के केक बनाती है। पहले प्रकार के केक में 200 ग्राम आटा तथा 25 ग्राम वसा की आवश्यकता होती है तथा दूसरे प्रकार के केक में 100 ग्राम आटा तथा 50 ग्राम वसा की आवश्यकता होती है। यह मानते हुए कि अन्य पदार्थ जो इन्हें बनाने में प्रयोग होते हैं की कोई कमी नहीं है तो ज्ञात कीजिए कि 5 किग्रा आटा तथा 1 किग्रा वसा से अधिकतम कितने केक बनाए जा सकते हैं। इसे रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए तथा आलेख द्वारा हल कीजिए।

Roll No.
अनुक्रमांक

This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.

इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है।

Roll No.
अनुक्रमांक | | | | | | | | | | | | |

Code No. 65/ASS/3
कोड नं.

SET/सेट C

MATHEMATICS
गणित
(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ____________________

Signature of Invigilators 1. ____________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ____________________

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.

2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.

3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.

4 Write your Question Paper Code No. **65/ASS/3, Set–C** on the Answer-Book.

5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.

(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।

2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है । इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।

3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।

4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/ASS/3, सेट-C** लिखें।

5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं:
अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।

(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note :

(i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश :

(i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION - A

खण्ड – अ

1 $\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$ is equal to **1**

$\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$ बराबर है

(A) -1 (B) 1

(C) π (D) $\frac{\pi}{2}$

2 The principal value of $\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$ is : **1**

$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$ का मुख्य मान है :

(A) $\frac{3\pi}{5}$ (B) $\frac{\pi}{5}$

(C) $\frac{2\pi}{5}$ (D) π

3 Derivative of $e^{\tan^3 x}$ with respect to x is : **1**

x के सापेक्ष $e^{\tan^3 x}$ का अवकलज है :

(A) $e^{3\tan^2 x \sec^2 x}$ (B) $3\,e^{\tan^3 x} \tan x \sec x$

(C) $3\,e^{\tan^3 x} \cdot \tan^2 x \sec^2 x$ (D) $3\,e^{\tan^3 x} \cdot \tan^2 x$

4 Two statements p and q are given **1**

p : If a number is divisible by 3, then it is divisible by 9 also.

q : If a number is not divisible by 9, then it is not divisible by 3 also.

Which of the following is true?

(A) q is negation of p (B) q is converse of p

(C) q is contrapositive of p (D) None of the above

दो कथन p तथा q दिए हैं

p : यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो यह 9 से भी विभाजित होगी।

q : यदि कोई संख्या 9 से विभाजित नहीं होती है, तो यह 3 से भी विभाजित नहीं होगी।

निम्न में से कौन सत्य है?

(A) q निषेधन है p का (B) q विलोम है p का

(C) q प्रतिधनात्मक है p का (D) उपरोक्त में से कोई नहीं

5 $\int \cos 2x \, dx$ is equal to **1**

$\int \cos 2x \, dx$ बराबर है :

(A) $2\sin 2x + C$ (B) $-\frac{\sin 2x}{2} + C$

(C) $-2\sin 2x + C$ (D) $\frac{\sin 2x}{2} + C$

6 If $X + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, then X is equal to : **1**

यदि $X + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो X बराबर है :

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -3 & -7 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

7 When all the conditions of Rolle's theorem are satisfied for the function $f(x)=x^2, x \in [-1,1]$, then the value of point C which verifies the theorem is : **1**

जब रोले के प्रमेय के सभी प्रतिबन्ध, फलन $f(x)=x^2, x \in [-1,1]$ पर सन्तुष्ट हैं, तो बिन्दु C का वह मान जो इस प्रमेय को सत्यापित करता है, होगा :

(A) -1 (B) 0

(C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

8 The value of $\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ is **1**

$\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ का मान है :

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

9 Distance of the point (1, –2, 4) from the plane $5x - y + 2z - 6 = 0$ is **1**

बिन्दु (1, –2, 4) की समतल $5x - y + 2z - 6 = 0$ से दूरी है :

(A) $\frac{5}{\sqrt{30}}$ (B) $\frac{9}{\sqrt{30}}$

(C) $\frac{15}{\sqrt{30}}$ (D) $\frac{9}{\sqrt{21}}$

10 $\int (1-x)\sqrt{x}\,dx$ is equal to **1**

$\int (1-x)\sqrt{x}\,dx$ बराबर है :

(A) $\frac{3}{2}x^{3/2}-\frac{5}{2}x^{5/2}+C$ (B) $\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{2}+C$

(C) $\frac{2}{\sqrt{x}}-2\sqrt{x}+C$ (D) $\frac{2}{3}x^{3/2}-\frac{2}{5}x^{5/2}+C$

SECTION - B

खण्ड – ब

11 Show that the relation $R=\{(a,b):a>b\}$ on N is transitive but not symmetric. **2**

दर्शाइए कि समुच्चय N पर सम्बन्ध R जो कि $R=\{(a,b):a>b\}$ द्वारा परिभाषित है, संक्रमक है परन्तु सममित नहीं है।

12 Find the area of the triangle with vertices at the points (–1, –8), (–2, –3), (3, 2). **2**

त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष बिन्दु (–1, –8), (–2, –3) तथा (3, 2) हैं।

13 If $y=\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$, then find $\frac{dy}{dx}$. **2**

यदि $y=\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

14 Solve the differential equation **2**

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$\left(e^{x}-e^{-x}\right)\frac{dy}{dx}=\left(e^{x}+e^{-x}\right)$$

15 If $\vec{a}=2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k},\ \vec{b}=\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k}$ and $\vec{c}=\hat{i}-\hat{j}-4\hat{k}$, then find a unit vector parallel to $3\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$. **2**

यदि $\vec{a}=2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k},\ \vec{b}=\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k}$ तथा $\vec{c}=\hat{i}-\hat{j}-4\hat{k}$ हैं, तो $3\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ के समान्तर एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Show that the points A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) and C (1, –3, 1) are vertices of an isosceles right – angled triangle.

दर्शाइए कि बिन्दु A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) तथा C (1, –3, 1) एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु हैं।

16 Write the component statements of the following compound statement and check whether the compound statement is true or not. **2**

"All prime numbers are either even or odd".

निम्न मिश्र कथन के घटक कथन लिखिए तथा मिश्र कथन की सत्यता की जाँच कीजिए।

''सभी अभाज्य संख्याएँ या तो सम हैं या विषम।''

SECTION - C

खण्ड - स

17 Evaluate **4**

मान ज्ञात कीजिए

$$\int_0^2 x(2-x)^n \, dx$$

18 Let $A = R - \{3\}$ and $B = R - \{1\}$. Show that the function $f: A \to B$ **4**

defined by $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$ is a bijective function.

माना $A = R - \{3\}$ तथा $B = R - \{1\}$. दर्शाइए कि फलन $f: A \to B$ जो $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$ द्वारा परिभाषित है एक एकैकी आच्छादक फलन है।

OR / अथवा

If $f(x) = \dfrac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$, show that '*fof*' is an identity function. What is the inverse of f?

यदि $f(x) = \dfrac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$ है, तो दर्शाइए कि *fof* एक इकाई फलन है। f का प्रतिलोम फलन क्या है ?

19 Write in the simplest form **4**

सरलतम रूप में लिखिए

$$\tan\left[\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) + \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-y^2}{1+y^2}\right)\right]$$

20 Find : **4**

ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\sin^{-1} x\right)^2 dx$$

21 Solve the differential equation **4**

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x^2 y\, dx - \left(x^3 + y^3\right) dy = 0$$

OR / अथवा

Solve the differential equation

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x\frac{dy}{dx} - y = x^2$$

22 Find whether the following function $f(x)$ is continuous at $x = 0$ or not. **4**

ज्ञात कीजिए कि निम्न दिया फलन $f(x)$, $x = 0$ पर सतत है या नहीं।

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos 5x - \cos x}{4x^2} & , \ x > 0 \\ -3 \tan \dfrac{\pi}{8}(x+2) & , \ x \le 0 \end{cases}$$

23 Express $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ as a sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. **4**

$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ को एक सममित तथा एक विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

24 Using differentials, find the approximate value of $(0.009)^{1/3}$ upto 3 places of decimal. **4**

अवकलों का प्रयोग करते हुए $(0.009)^{1/3}$ का दशमलव के तीन स्थान तक सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

25 If $\sin^2 y + \cos xy = \pi$, then find $\frac{dy}{dx}$. **4**

यदि $\sin^2 y + \cos xy = \pi$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

26 Find the equation of the plane through the points (1, 2, –3) and (3, –1, 2) and parallel to the line $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{7}$. **4**

बिन्दुओं (1, 2, –3) तथा (3, –1, 2) से होकर जाते हुए समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{7}$ के समान्तर है।

27 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix} = 2(a+b)(b+c)(c+a)$$

28 Show that the lines **4**

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ and}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

intersect and find their point of intersection.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ तथा}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

प्रतिच्छेदी है और प्रतिच्छेदन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

OR / **अथवा**

If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two vectors such that $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|$, then prove that $2\vec{a} + \vec{b}$ is perpendicular to $\vec{b}$.

यदि $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ दो सदिश इस प्रकार है कि $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|$, तो सिद्ध कीजिए कि $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b}$ पर लम्ब है।

SECTION - D

खण्ड - द

29 A dealer deals in two items - fans and sewing machines. He has only ₹ 57,600 to invest and a space for atmost 20 items. A fan costs him ₹ 2400 and a sewing machine ₹ 3600. He can sell a fan at a profit of ₹ 180 and a sewing machine at a profit of ₹ 220. Assuming that he can sell all the items that he can buy, how should he invest his money in order to maximize the profit ? Formulate this as a linear programming problem and solve it graphically. **6**

एक व्यापारी दो वस्तुओं पंखे तथा सिलाई मशीन का व्यापार करता है। उसके पास व्यापार में लगाने के लिए केवल ₹ 57,600 है और अधिकतम 20 वस्तुओं को रखने की जगह है। एक पंखे का मूल्य ₹ 2400 तथा एक सिलाई मशीन का मूल्य ₹ 3600 है। वह एक पंखे को ₹ 180 लाभ पर तथा एक सिलाई मशीन को ₹ 220 लाभ पर बेच सकता है। यह मानते हुए कि वह खरीदी हुई सभी वस्तुएं बेच सकता है, अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए उसे अपना धन किस प्रकार व्यापार में लगाना चाहिए? इसे रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए और आलेख द्वारा हल कीजिए।

30 If $A=\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$, then find the value of λ, so that $A^2=\lambda A+7I$. **6**

Hence, find A^{-1}.

यदि $A=\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ है, तो $A^2=\lambda A+7I$ में λ का मान ज्ञात कीजिए। इससे A^{-1} ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find the inverse of the following matrix, using elementary row operations.
प्रारंभिक पंक्ति संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

31 Find the coordinates of the point where the line $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-2}{2}$ intersects the plane $2x-3y+z-5=0$. Also, find the angle between the line and the plane. **6**

रेखा $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-2}{2}$ तथा समतल $2x-3y+z-5=0$ जहाँ प्रतिच्छेद करते हैं उस बिन्दु को ज्ञात कीजिए। दिए हुए रेखा तथा समतल के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

32 Draw a sketch of the region bounded by the parabola $y^2=x$ and the line $x+y=2$. Using integration, find the area of this bounded region. **6**

परवलय $y^2=x$ तथा रेखा $x+y=2$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खींचिये। समाकलन का प्रयोग करते हुए इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

33 Show that the height of the closed cylinder of given total surface area and maximum volume is equal to the diameter of its base. **6**

दर्शाइए कि बन्द लम्बवृत्तीय बेलन, जिसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल दिया गया है, का आयतन अधिकतम होगा जब उसकी ऊँचाई इसके आधार के व्यास के बराबर होगी।

OR / अथवा

Find the intervals in which the function $f(x) = \sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ is

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x) = \sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

Roll No.
अनुक्रमांक

This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.
इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है।

Roll No. | | | | | | | | | | | | |
अनुक्रमांक

Code No. 65/ESS/4
कोड नं.

SET/सेट **A**

MATHEMATICS
गणित
(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ____________________

Signature of Invigilators **1.** ____________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ____________________

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4 Write your Question Paper Code No. **65/ESS/4, Set–A** on the Answer-Book.
5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/ESS/4, सेट-A** लिखें।
5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं: अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note : (i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश : (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION - A

खण्ड - अ

1 If * is a binary operation defined on the set of real numbers R by $a*b=ab^2$, then 5 * (3 * 1) is equal to : **1**

यदि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर * एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित है कि $a*b=ab^2$, तो 5 * (3 * 1) बराबर है :

(A) 15 (B) 30

(C) 45 (D) 75

2 If matrix $A=\begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ is given to be symmetric, then the values of a and b respectively are : **1**

दिया है कि $A=\begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है। a तथा b के मान क्रमशः हैं:

(A) 6, 4 (B) 5, –1

(C) –1, –7 (D) 5, 1

3 The slope of the normal to the curve $y=2x^2+3\sin x$ at $x = 0$ is **1**

$x = 0$ पर वक्र $y=2x^2+3\sin x$ के अभिलम्ब की प्रवणता है :

(A) 3 (B) –3

(C) $\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$

4 Value of $\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ is : **1**

$\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ का मान है :

(A) $ab+bc+ac$ (B) $3(ab+bc+ac)$

(C) 0 (D) 1

5 The value of k for which the matrix $\begin{bmatrix} 2k & 3 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ has no inverse is : **1**

k का वह मान जिस के लिए आव्यूह $\begin{bmatrix} 2k & 3 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम संभव नहीं है :

(A) $-\frac{9}{4}$ (B) $-\frac{17}{8}$

(C) $\frac{9}{4}$ (D) $\frac{4}{9}$

6 Integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} - y\cot x = 2x + x^2 \cot x$ is : **1**

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y\cot x = 2x + x^2 \cot x$ का समाकलन गुणक है :

(A) $\operatorname{cosec} x$ (B) $\cot x$

(C) $-\sin x$ (D) $\sin x$

7 $f: R \to R$ is a function defined by $f(x) = 2 - 3x$. If $g = f^{-1}$, then $g(x)$ is equal to : **1**

फलन $f: R \to R$ जो $f(x) = 2 - 3x$ द्वारा परिभाषित है। यदि $g = f^{-1}$, तो $g(x)$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{2-3x}$ (B) $\frac{2-x}{3}$

(C) $\frac{x-2}{3}$ (D) $x+2$

8 If $|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$, then the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is : **1**

यदि $|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 2$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ है, तो $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण है :

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

9 Contrapositive of the statement 'If a triangle is equilateral, then it is isosceles' is : **1**

(A) If a triangle is not equilateral, then it is not isosceles

(B) If a triangle is isosceles, then it is not equilateral

(C) If a triangle is isosceles, then it is equilateral

(D) If a triangle is not isosceles, then it is not equilateral

कथन 'यदि कोई त्रिभुज समबाहु है, तो वह समद्विबाहु है' का प्रतिधनात्मक है :

(A) यदि कोई त्रिभुज समबाहु नहीं है, तो वह समद्विबाहु नहीं है

(B) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु है, तो वह समबाहु नहीं है

(C) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु है, तो वह समबाहु है

(D) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु नहीं है, तो वह समबाहु नहीं है

10 $\int \frac{x}{1+x^2} dx$ is equal to : **1**

$\int \frac{x}{1+x^2} dx$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{2}\tan^{-1} x + c$

(B) $\frac{\left(1+x^2\right)^2}{2} + c$

(C) $\frac{1}{2}\log|1+x^2| + c$

(D) $\frac{\left(1+x^2\right)^2}{4} + c$

SECTION - B

खण्ड - ब

11 If $y=\frac{(\log\sin x)^3}{x^3}$, then find $\frac{dy}{dx}$. **2**

यदि $y=\frac{(\log\sin x)^3}{x^3}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

12 Find the interval in which the function $f(x)=x^4-\frac{1}{3}x^3$ is **2**

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x)=x^4-\frac{1}{3}x^3$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

OR / अथवा

The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 4 cm/min and the width y is increasing at the rate of 3 cm/min. Find the rate of change of area, when x = 5 cm and y = 2 cm.

एक आयत की लम्बाई x, 4 सेमी/मिनट की दर से घट रही है तथा चौडाई y, 3 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब x = 5 सेमी तथा y = 2 सेमी है, तो आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

13 (i) Write the statement p using 'if and only if' **2**

p : If you watch television, then your mind is free and if your mind is free, then you watch television.

(ii) Write the negation of the statement '80 is a multiple of 4'.

(i) निम्न कथन p को 'यदि और केवल यदि' का प्रयोग करते हुए लिखिए।

p : यदि आप टेलीविजन देखते हैं, आपका दिमाग स्वतंत्र है और यदि आपका दिमाग स्वतंत्र है, तो आप टेलीविजन देखते हैं।

(ii) कथन '80, 4 का गुणज है' का निषेधन लिखिए।

14 Evaluate : **2**

मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos\left[\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{\pi}{6}\right]$$

15 Find the vector equation of a line passing through a point with position vector $\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ and parallel to the line joining the points $2\hat{i}+\hat{j}+7\hat{k}$ and $3\hat{i}+4\hat{j}-\hat{k}$. **2**

एक रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो स्थिति सदिश $\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ वाले एक बिन्दु से होकर जाती है तथा बिन्दुओं $2\hat{i}+\hat{j}+7\hat{k}$ तथा $3\hat{i}+4\hat{j}-\hat{k}$ को मिलाने वाली रेखा के समान्तर है।

16 Given that the points $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ and $R(9, 8, -10)$ are collinear, find the ratio in which point Q divides PR. **2**

दिया गया है कि बिन्दु $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ तथा $R(9, 8, -10)$ संरेखीय हैं। वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु Q, PR को विभाजित करता है।

SECTION - C

खण्ड - स

17 Find **4**

ज्ञात कीजिए

$$\int \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+4x+1}}\,dx$$

18 Determine the values of a and b for which the following function $f(x)$ is continuous at $x=0$. **4**

a तथा b के मान ज्ञात कीजिए जिन पर निम्न फलन $f(x)$, $x=0$ पर सतत है।

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos 4x}{8x^2} & , \ x>0\\ 1-a & , \ x=0\\ b\,\dfrac{\sin 2x}{5x} & , \ x<0\end{cases}$$

19 Find the foot of the perpendicular from the point A (0, 2, 3) on the line **4**

$$l : \frac{x+3}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+4}{3}$$

बिन्दु A (0, 2, 3) से रेखा

$$l : \frac{x+3}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+4}{3}$$

पर लम्ब का पाद ज्ञात कीजिए।

20 Solve the differential equation : **4**

अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} + xe^x$$

OR / अथवा

Find the particular solution of

$$\sec^2 y\left(1+x^2\right) dy + 2x \tan y \, dx = 0,$$

given that $y = \frac{\pi}{4}$, when $x = 1$.

अवकल समीकरण

$$\sec^2 y\left(1+x^2\right) dy + 2x \tan y \, dx = 0$$

का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y = \frac{\pi}{4}$, जब $x = 1$ है।

21 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, verify that $A^2 - 4A - 5I = 0$. **4**

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $A^2 - 4A - 5I = 0$.

22 Find the equation of the plane passing through the point (–1, –1, 2) and perpendicular to the planes $3x + 2y - 3z = 1$ and $5x - 4y + z = 5$. **4**

(–1, –1, 2) से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $3x + 2y - 3z = 1$ तथा $5x - 4y + z = 5$ पर लम्ब है।

23 Find / ज्ञात कीजिए **4**

$$\int \sin^2 x \cos^5 x \, dx$$

24 Find whether the relation R defined by $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ on the set $N \times N$ is an equivalence relation? **4**

ज्ञात कीजिए कि समुच्चय $N \times N$ पर एक सम्बन्ध R जो $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ द्वारा परिभाषित है, क्या एक समतुल्य सम्बन्ध है?

25 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & b+c \\ b & b^2 & c+a \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix} = (b-c)(c-a)(a-b)(a+b+c)$$

26 If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ represent two adjacent sides $\vec{AB}$ and $\vec{BC}$ of a parallelogram $ABCD$, then find a vector of magnitude 5, parallel to the diagonal $\vec{BD}$. **4**

यदि $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ समान्तर चतुर्भुज $ABCD$ की आसन्न भुजाओं $\vec{AB}$ तथा $\vec{BC}$ को निर्धारित करते हैं, तो विकर्ण $\vec{BD}$ के समान्तर परिमाण 5 का सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find a unit vector perpendicular to the plane of $\Delta\, ABC$ where the position vectors of A, B and C are $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $2\hat{i} + 3\hat{k}$ respectively.

$2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $2\hat{i} + 3\hat{k}$ क्रमशः A, B तथा C के स्थिति सदिश हैं। एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जो $\Delta\, ABC$ के समतल पर लम्ब है।

27 If $y = e^{ax} \sin bx$, then prove that **4**

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a\frac{dy}{dx} + \left(a^2 + b^2\right)y = 0$$

यदि $y = e^{ax} \sin bx$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a\frac{dy}{dx} + \left(a^2 + b^2\right)y = 0$$

OR / अथवा

Find points on the curve $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ at which the normals are parallel to x-axis.

वक्र $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर अभिलम्ब, x-अक्ष के समान्तर हैं।

28 Find the value of x in $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ **4**

$\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ में x का मान ज्ञात कीजिए।

SECTION - D

खण्ड - द

29 If $x = \cos\theta + \log\tan\frac{\theta}{2}$, **6**

$y = \sin\theta$,

then find $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$

यदि $x = \cos\theta + \log\tan\frac{\theta}{2}$,

$y = \sin\theta$

है, तो $\theta = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

30 Show that the surface area of a closed cuboid with square base and given volume is minimum when it is a cube. **6**

दर्शाइए कि एक दिए गए आयतन वाले वर्गाकार आधार के बन्द घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम तब होगा जब यह एक घन होगा।

OR / अथवा

Find all the points of local maxima and minima and the maximum and minimum values on these points for the function

$f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$

फलन $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ के लिए सभी स्थानीय उच्चिष्ठ बिन्दु तथा स्थानीय निम्निष्ठ बिन्दु ज्ञात कीजिए। उन बिन्दुओं पर उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ भी ज्ञात कीजिए।

31 Draw a sketch of the curves $y = \cos x$ and $y = \sin x$ in the interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. **6**

Using integration, find the area of the region enclosed by them and the x-axis.

वक्रों $y = \cos x$ तथा $y = \sin x$ का अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में ग्राफ खींचिए। समाकलन का प्रयोग करते हुए इन वक्रों तथा x-अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

32 A diet is to contain at least 8 units of Vitamin A and 10 units of Vitamin C. Two types of food I and II are available. Food I costs ₹ 50 per kg and food II costs ₹ 70 per kg. Food I contains 2 units/kg of Vitamin A and 1 unit/kg of Vitamin C while food II contains 1 unit/kg of Vitamin A and 2 units/kg of Vitamin C. Formulate this as a linear programming problem and find graphically the minimum cost for diet that consists of mixture of these two foods and also meets the minimal nutritional requirements. **6**

एक आहार में कम से कम 8 मात्रक विटामिन A और 10 मात्रक विटामिन C होना चाहिए। दो प्रकार के खाद्य पदार्थ I तथा खाद्य पदार्थ II उपलब्ध हैं। खाद्य पदार्थ I की किमत 50 ₹/ किग्रा तथा खाद्य पदार्थ II की कीमत 70 ₹/ किग्रा है। पदार्थ I में विटामिन A की मात्रा 2 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 1 इकाई/किग्रा है, जबकि पदार्थ II में विटामिन A की मात्रा 1 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 2 इकाई/किग्रा है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा उस आहार का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए जिसमें इन दोनों खाद्य पदार्थों का मिश्रण है और उसमें न्यूनतम आवश्यक पोषक तत्व हैं।

33 Using matrices solve the following system of equations : **6**

आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$x - y + z = 4$

$x - 2y - 2z = 9$

$2x + y + 3z = 1$

Roll No.
अनुक्रमांक

This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.
इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है।

Roll No. | | | | | | | | | | | | |
अनुक्रमांक

Code No. 65/ESS/4
कोड नं.

SET/सेट B

MATHEMATICS
गणित
(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ____________________

Signature of Invigilators **1.** ____________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ____________________

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.

2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.

3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.

4 Write your Question Paper Code No. **65/ESS/4, Set–B** on the Answer-Book.

5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.

(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।

2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।

3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।

4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/ESS/4, सेट-B** लिखें।

5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं:
अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।

(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note : (i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश : (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION - A

खण्ड - अ

1 If matrix $A=\begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ is given to be symmetric, then the values of a and b respectively are : **1**

दिया है कि $A=\begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है। a तथा b के मान क्रमशः हैं:

(A) 6, 4 (B) 5, –1

(C) –1, –7 (D) 5, 1

2 Value of $\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ is : **1**

$\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ का मान है :

(A) $ab+bc+ac$ (B) $3(ab+bc+ac)$

(C) 0 (D) 1

3 Integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx}-y\cot x=2x+x^2\cot x$ is : **1**

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}-y\cot x=2x+x^2\cot x$ का समाकलन गुणक है :

(A) $\operatorname{cosec} x$ (B) $\cot x$

(C) $-\sin x$ (D) $\sin x$

4 If $|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$, then the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is : **1**

यदि $|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 2$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ है, तो $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण है :

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{6}$

5 Cofactor of a_{21} in $\begin{vmatrix} -5 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ is : **1**

$\begin{vmatrix} -5 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ में a_{21} का सहखण्ड है :

(A) –4

(B) 4

(C) –2

(D) –12

6 Contrapositive of the statement 'If a triangle is equilateral, then it is isosceles' is : **1**

(A) If a triangle is not equilateral, then it is not isosceles

(B) If a triangle is isosceles, then it is not equilateral

(C) If a triangle is isosceles, then it is equilateral

(D) If a triangle is not isosceles, then it is not equilateral

कथन 'यदि कोई त्रिभुज समबाहु है, तो वह समद्विबाहु है' का प्रतिधनात्मक है :

(A) यदि कोई त्रिभुज समबाहु नहीं है, तो वह समद्विबाहु नहीं है

(B) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु है, तो वह समबाहु नहीं है

(C) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु है, तो वह समबाहु है

(D) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु नहीं है, तो वह समबाहु नहीं है

7 $\int \frac{x}{1+x^2}\,dx$ is equal to : **1**

$\int \frac{x}{1+x^2}\,dx$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{2}\tan^{-1} x + c$

(B) $\frac{\left(1+x^2\right)^2}{2} + c$

(C) $\frac{1}{2}\log|1+x^2| + c$

(D) $\frac{\left(1+x^2\right)^2}{4} + c$

8 $f: R \to R$ is a function defined by $f(x) = 2 - 3x$. If $g = f^{-1}$, then $g(x)$ is equal to : **1**

फलन $f: R \to R$ जो $f(x) = 2 - 3x$ द्वारा परिभाषित है। यदि $g = f^{-1}$, तो $g(x)$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{2-3x}$ (B) $\frac{2-x}{3}$

(C) $\frac{x-2}{3}$ (D) $x+2$

9 If * is a binary operation defined on the set of real numbers R by $a * b = ab^2$, then 5 * (3 * 1) is equal to : **1**

यदि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर * एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित है कि $a * b = ab^2$, तो 5 * (3 * 1) बराबर है :

(A) 15 (B) 30

(C) 45 (D) 75

10 The slope of the normal to the curve $y = 2x^2 + 3\sin x$ at $x = 0$ is **1**

$x = 0$ पर वक्र $y = 2x^2 + 3\sin x$ के अभिलम्ब की प्रवणता है :

(A) 3 (B) –3

(C) $\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$

SECTION - B

खण्ड - ब

11 (i) Write the statement p using 'if and only if' **2**

p : If you watch television, then your mind is free and if your mind is free, then you watch television.

(ii) Write the negation of the statement '80 is a multiple of 4'.

(i) निम्न कथन p को 'यदि और केवल यदि' का प्रयोग करते हुए लिखिए।

p : यदि आप टेलीविजन देखते हैं, आपका दिमाग स्वतंत्र है और यदि आपका दिमाग स्वतंत्र है, तो आप टेलीविजन देखते हैं।

(ii) कथन '80, 4 का गुणज है' का निषेधन लिखिए।

12 Evaluate : **2**

मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos\left[\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{\pi}{6}\right]$$

13 Given that the points $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ and $R(9, 8, -10)$ are collinear, find the ratio in which point Q divides PR. **2**

दिया गया है कि बिन्दु $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ तथा $R(9, 8, -10)$ संरेखीय हैं। वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु Q, PR को विभाजित करता है।

14 If $y=\dfrac{(\log\sin x)^3}{x^3}$, then find $\dfrac{dy}{dx}$. **2**

यदि $y=\dfrac{(\log\sin x)^3}{x^3}$ है, तो $\dfrac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

15 Find the angle between the lines **2**

निम्न रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

$\vec{r} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k} + \lambda(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$

$\vec{r} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} + \mu(5\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k})$

16 Find the interval in which the function $f(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3$ is **2**

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

OR / अथवा

The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 4 cm/min and the width y is increasing at the rate of 3 cm/min. Find the rate of change of area, when x = 5 cm and y = 2 cm.

एक आयत की लम्बाई x, 4 सेमी/मिनट की दर से घट रही है तथा चौडाई y, 3 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब x = 5 सेमी तथा y = 2 सेमी है, तो आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

SECTION - C

खण्ड - स

17 Find **4**

ज्ञात कीजिए

$$\int e^{2x} \sin 3x \, dx$$

18 Solve the differential equation : **4**

अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} + xe^x$$

OR / अथवा

Find the particular solution of

$$\sec^2 y \left(1 + x^2\right) dy + 2x \tan y \, dx = 0,$$

given that $y = \frac{\pi}{4}$, when $x = 1$.

अवकल समीकरण

$$\sec^2 y \left(1 + x^2\right) dy + 2x \tan y \, dx = 0$$

का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y = \frac{\pi}{4}$, जब $x = 1$ है।

19 Find whether the relation R defined by $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ **4**

on the set $N \times N$ is an equivalence relation ?

ज्ञात कीजिए कि समुच्चय $N \times N$ पर एक सम्बन्ध R जो $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ द्वारा परिभाषित है, क्या एक समतुल्य सम्बन्ध है?

20 If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ represent two adjacent sides $\vec{AB}$ and $\vec{BC}$ of a parallelogram *ABCD*, then find a vector of magnitude 5, parallel to the diagonal $\vec{BD}$. **4**

यदि $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ समान्तर चतुर्भुज *ABCD* की आसन्न भुजाओं $\vec{AB}$ तथा $\vec{BC}$ को निर्धारित करते हैं, तो विकर्ण $\vec{BD}$ के समान्तर परिमाण 5 का सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find a unit vector perpendicular to the plane of $\Delta\, ABC$ where the position vectors of *A*, *B* and *C* are $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $2\hat{i} + 3\hat{k}$ respectively.

$2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $2\hat{i} + 3\hat{k}$ क्रमशः *A*, *B* तथा *C* के स्थिति सदिश हैं। एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जो $\Delta\, ABC$ के समतल पर लम्ब है।

21 Find the value of x in $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ **4**

$\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ में x का मान ज्ञात कीजिए।

22 Find the equation of the plane passing through (2, –1, 5) and parallel to the lines $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ and $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3}$ **4**

बिन्दु (2, –1, 5) से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखाओं $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ तथा $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3}$ के समान्तर है।

23 Find **4**

ज्ञात कीजिए

$$\int \sin^5 x \cos^4 x \, dx$$

24 Determine the values of a and b for which the following function $f(x)$ is continuous at $x = 0$. **4**

a तथा b के मान ज्ञात कीजिए जिन पर निम्न फलन $f(x)$, $x = 0$ पर सतत है।

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos 4x}{8x^2} & , x > 0 \\ 1-a & , x = 0 \\ b\dfrac{\sin 2x}{5x} & , x < 0 \end{cases}$$

25 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a^2+2a & 2a+1 & 1 \\ 2a+1 & a+2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = (a-1)^3$$

26 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, verify that $A^2 - 4A - 5I = 0$. **4**

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $A^2 - 4A - 5I = 0$.

27 Find the foot of the perpendicular from the point $A\,(0, 2, 3)$ on the line **4**

$$l: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$$

बिन्दु $A\,(0, 2, 3)$ से रेखा

$$l: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$$

पर लम्ब का पाद ज्ञात कीजिए।

28 If $y = e^{ax} \sin bx$, then prove that **4**

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a\frac{dy}{dx} + \left(a^2 + b^2\right)y = 0$$

यदि $y = e^{ax} \sin bx$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a\frac{dy}{dx} + \left(a^2 + b^2\right)y = 0$$

OR / अथवा

Find points on the curve $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ at which the normals are parallel to x-axis.

वक्र $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर अभिलम्ब, x-अक्ष के समान्तर हैं।

SECTION - D

खण्ड - द

29 Show that the surface area of a closed cuboid with square base and given volume is minimum when it is a cube. **6**

दर्शाइए कि एक दिए गए आयतन वाले वर्गाकार आधार के बन्द घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम तब होगा जब यह एक घन होगा।

OR / अथवा

Find all the points of local maxima and minima and the maximum and minimum values on these points for the function

$$f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$$

फलन $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ के लिए सभी स्थानीय उच्चिष्ठ बिन्दु तथा स्थानीय निम्निष्ठ बिन्दु ज्ञात कीजिए। उन बिन्दुओं पर उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ भी ज्ञात कीजिए।

30 A diet is to contain at least 8 units of Vitamin A and 10 units of Vitamin C. Two types of food I and II are available. Food I costs ₹ 50 per kg and food II costs ₹ 70 per kg. Food I contains 2 units/kg of Vitamin A and 1 unit/kg of Vitamin C while food II contains 1 unit/kg of Vitamin A and 2 units/kg of Vitamin C. Formulate this as a linear programming problem and find graphically the minimum cost for diet that consists of mixture of these two foods and also meets the minimal nutritional requirements. **6**

एक आहार में कम से कम 8 मात्रक विटामिन A और 10 मात्रक विटामिन C होना चाहिए। दो प्रकार के खाद्य पदार्थ I तथा खाद्य पदार्थ II उपलब्ध हैं। खाद्य पदार्थ I की किमत 50 ₹/ किग्रा तथा खाद्य पदार्थ II की कीमत 70 ₹/ किग्रा है। पदार्थ I में विटामिन A की मात्रा 2 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 1 इकाई/किग्रा है, जबकि पदार्थ II में विटामिन A की मात्रा 1 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 2 इकाई/किग्रा है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा उस आहार का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए जिसमें इन दोनों खाद्य पदार्थों का मिश्रण है और उसमें न्यूनतम आवश्यक पोषक तत्व हैं।

31 If $x = \cos\theta + \log\tan\frac{\theta}{2}$, **6**

$y = \sin\theta$,

then find $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$

यदि $x = \cos\theta + \log\tan\frac{\theta}{2}$,

$y = \sin\theta$

है, तो $\theta = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

32 Draw a sketch of the curves $y = \cos x$ and $y = \sin x$ in the interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. **6**

Using integration, find the area of the region enclosed by them and the x-axis.

वक्रों $y = \cos x$ तथा $y = \sin x$ का अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में ग्राफ खींचिए। समाकलन का प्रयोग करते हुए इन वक्रों तथा x-अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\,dx$$

33 Using matrices, solve the following system of equations : **6**

आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए, निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$x + 3y + 4z = 8$

$2x + y + 2z = 5$

$5x + y + z = 7$

Roll No.
अनुक्रमांक

This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.

इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है।

Roll No. **अनुक्रमांक** | | | | | | | | | | | | |

Code No. 65/ESS/4
कोड नं.

SET/सेट **C**

MATHEMATICS

गणित

(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ________________________

Signature of Invigilators **1.** ________________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ________________________

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.

2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.

3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.

4 Write your Question Paper Code No. **65/ESS/4, Set–C** on the Answer-Book.

5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.

(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।

2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।

3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।

4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/ESS/4, सेट-C** लिखें।

5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं:
अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।

(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note : (i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश : (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION - A

खण्ड - अ

1 The slope of the normal to the curve $y = 2x^2 + 3\sin x$ at $x = 0$ is **1**

$x = 0$ पर वक्र $y = 2x^2 + 3\sin x$ के अभिलम्ब की प्रवणता है :

(A) 3 (B) –3

(C) $\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$

2 The value of k for which the matrix $\begin{bmatrix} 2k & 3 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ has no inverse is : **1**

k का वह मान जिस के लिए आव्यूह $\begin{bmatrix} 2k & 3 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम संभव नहीं है :

(A) $-\frac{9}{4}$ (B) $-\frac{17}{8}$

(C) $\frac{9}{4}$ (D) $\frac{4}{9}$

3 $f : R \to R$ is a function defined by $f(x) = 2 - 3x$. If $g = f^{-1}$, **1**
then $g(x)$ is equal to :

फलन $f : R \to R$ जो $f(x) = 2 - 3x$ द्वारा परिभाषित है। यदि $g = f^{-1}$,
तो $g(x)$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{2-3x}$ (B) $\frac{2-x}{3}$

(C) $\frac{x-2}{3}$ (D) $x + 2$

4 $\int \frac{x}{1+x^2} dx$ is equal to : **1**

$\int \frac{x}{1+x^2} dx$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{2} \tan^{-1} x + c$

(B) $\frac{\left(1+x^2\right)^2}{2} + c$

(C) $\frac{1}{2} \log |1+x^2| + c$

(D) $\frac{\left(1+x^2\right)^2}{4} + c$

5 If * is a binary operation defined on the set of real numbers R by $a * b = ab^2$, then 5 * (3 * 1) is equal to : **1**

यदि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर * एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित है कि $a * b = ab^2$, तो 5 * (3 * 1) बराबर है :

(A) 15

(B) 30

(C) 45

(D) 75

6 If $|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$, then the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is : **1**

यदि $|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 2$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ है, तो $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण है :

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{6}$

7 Integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} - y\cot x = 2x + x^2 \cot x$ is : **1**

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y\cot x = 2x + x^2 \cot x$ का समाकलन गुणक है :

(A) $\operatorname{cosec} x$

(B) $\cot x$

(C) $-\sin x$

(D) $\sin x$

8 Value of $\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ is : **1**

$\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ का मान है :

(A) $ab+bc+ac$ (B) $3(ab+bc+ac)$

(C) 0 (D) 1

9 Converse of the statement **1**

'If it is hot outside, then you feel thirsty' is :

(A) If it is not hot outside, then you do not feel thirsty

(B) It you do not feel thirsty, then it is not hot outside

(C) It you feel thirsty, then it is hot outside

(D) If it is hot outside, then you do not feel thirsty

कथन 'यदि बाहर गर्मी है, तो आप प्यास अनुभव करते हैं' का विलोम है :

(A) यदि बाहर गर्मी नहीं है, तो आप प्यास अनुभव नहीं करते हैं

(B) यदि आप प्यास अनुभव नहीं करते हैं, तो बाहर गर्मी नहीं है

(C) यदि आप प्यास अनुभव करते हैं, तो बाहर गर्मी है

(D) यदि बाहर गर्मी है, तो आप प्यास अनुभव नहीं करते हैं

10 If matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ is given to be symmetric, then the values of a and b respectively are : **1**

दिया है कि $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है। a तथा b के मान क्रमशः हैं:

(A) 6, 4 (B) 5, –1

(C) –1, –7 (D) 5, 1

SECTION - B

खण्ड - ब

11 Evaluate : **2**

मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos\left[\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{\pi}{6}\right]$$

12 Given that the points $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ and $R(9, 8, -10)$ are collinear, find the ratio in which point Q divides PR. **2**

दिया गया है कि बिन्दु $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ तथा $R(9, 8, -10)$ संरेखीय हैं। वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु Q, PR को विभाजित करता है।

13 If $y=\frac{(\log\sin x)^3}{x^3}$, then find $\frac{dy}{dx}$. **2**

यदि $y=\frac{(\log\sin x)^3}{x^3}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

14 Find the interval in which the function $f(x)=x^4-\frac{1}{3}x^3$ is **2**

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x)=x^4-\frac{1}{3}x^3$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

OR / अथवा

The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 4 cm/min and the width y is increasing at the rate of 3 cm/min. Find the rate of change of area, when $x = 5$ cm and $y = 2$ cm.

एक आयत की लम्बाई x, 4 सेमी/मिनट की दर से घट रही है तथा चौडाई y, 3 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब $x = 5$ सेमी तथा $y = 2$ सेमी है, तो आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

15 Cartesian equations of a line are **2**

$$2x - 1 = 2 - 8y = 6z - 2$$

Write the vector equation of the line.

$2x - 1 = 2 - 8y = 6z - 2$ एक रेखा के कार्तीय समीकरण हैं। रेखा का सदिश समीकरण लिखिए।

16 (i) Write the statement p using ' if and only if' **2**

p : If you watch television, then your mind is free and if your mind is free, then you watch television.

(ii) Write the negation of the statement '80 is a multiple of 4'.

(i) निम्न कथन p को 'यदि और केवल यदि' का प्रयोग करते हुए लिखिए।

p : यदि आप टेलीविजन देखते हैं, आपका दिमाग स्वतंत्र है और यदि आपका दिमाग स्वतंत्र है, तो आप टेलीविजन देखते हैं।

(ii) कथन '80, 4 का गुणज है' का निषेधन लिखिए।

SECTION - C

खण्ड - स

17 Find the foot of the perpendicular from the point $A\,(0,\ 2,\ 3)$ on the line **4**

$$l: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$$

बिन्दु $A\,(0,\ 2,\ 3)$ से रेखा

$$l: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$$

पर लम्ब का पाद ज्ञात कीजिए।

18 Determine the values of a and b for which the function $f(x)$ is continuous at $x = 0$. **4**

a तथा b के मान ज्ञात कीजिए जिन पर फलन $f(x)$, $x = 0$ पर सतत है।

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(a+1)x + \sin x}{x} & , x > 0 \\ b+1 & , x = 0 \\ \dfrac{\tan 3x}{x} & , x < 0 \end{cases}$$

19 Find the equation of the plane passing through the point $(-1,\ -1,\ 2)$ and perpendicular to the planes $3x + 2y - 3z = 1$ and $5x - 4y + z = 5$. **4**

$(-1,\ -1,\ 2)$ से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $3x + 2y - 3z = 1$ तथा $5x - 4y + z = 5$ पर लम्ब है।

20 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & b+c \\ b & b^2 & c+a \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix} = (b-c)(c-a)(a-b)(a+b+c)$$

21 Let $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$ **4**

Compute $A^2 - B^2$.

माना $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$

तो $A^2 - B^2$ ज्ञात कीजिए।

22 If $y = e^{ax} \sin bx$, then prove that **4**

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a\frac{dy}{dx} + \left(a^2 + b^2\right)y = 0$$

यदि $y = e^{ax} \sin bx$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a\frac{dy}{dx} + \left(a^2 + b^2\right)y = 0$$

OR / अथवा

Find points on the curve $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ at which the normals are parallel to x-axis.

वक्र $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर अभिलम्ब, x-अक्ष के समान्तर हैं।

23 Find **4**

ज्ञात कीजिए

$$\int \sec^4 x \tan^2 x \, dx$$

24 Let Z_0 be the set of all non zero integers. A relation R on $Z_0 \times Z_0$ is defined as follows : **4**

$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$ for all $(a, b), (c, d) \in Z_0 \times Z_0$

Find whether the relation R is an equivalence relation.

माना Z_0 शून्येतर पूर्णांकों का समुच्चय है। ज्ञात कीजिए कि समुच्चय $Z_0 \times Z_0$ पर एक सम्बन्ध R जो

$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$, सभी $(a, b), (c, d) \in Z_0 \times Z_0$

द्वारा परिभाषित है, क्या एक समतुल्य सम्बन्ध है?

25 Find the value of x in $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1} x\right) = 1$ **4**

$\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1} x\right) = 1$ में x का मान ज्ञात कीजिए।

26 Find **4**

ज्ञात कीजिए

$$\int \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+4x+1}} \, dx$$

27 Solve the differential equation : **4**

अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} + xe^x$$

OR / अथवा

Find the particular solution of

$$\sec^2 y\left(1+x^2\right) dy + 2x \tan y \, dx = 0,$$

given that $y = \frac{\pi}{4}$, when $x = 1$.

अवकल समीकरण

$$\sec^2 y\left(1+x^2\right) dy + 2x \tan y \, dx = 0$$

का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y = \frac{\pi}{4}$, जब $x = 1$ है।

28 If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ represent two adjacent sides $\vec{AB}$ and $\vec{BC}$ of a parallelogram *ABCD*, then find a vector of magnitude 5, parallel to the diagonal $\vec{BD}$. **4**

यदि $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ समान्तर चतुर्भुज *ABCD* की आसन्न भुजाओं $\vec{AB}$ तथा $\vec{BC}$ को निर्धारित करते हैं, तो विकर्ण $\vec{BD}$ के समान्तर परिमाण 5 का सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find a unit vector perpendicular to the plane of ΔABC where the position vectors of *A*, *B* and *C* are $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $2\hat{i} + 3\hat{k}$ respectively.

$2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $2\hat{i} + 3\hat{k}$ क्रमशः *A*, *B* तथा *C* के स्थिति सदिश हैं। एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जो ΔABC के समतल पर लम्ब है।

SECTION - D

खण्ड - द

29 Draw a sketch of the curves $y=\cos x$ and $y=\sin x$ in the interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. **6**

Using integration, find the area of the region enclosed by them and the x-axis.

वक्रों $y=\cos x$ तथा $y=\sin x$ का अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में ग्राफ खींचिए। समाकलन का प्रयोग करते हुए इन वक्रों तथा x-अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

30 If $x=\cos\theta+\log\tan\frac{\theta}{2}$, **6**

$y=\sin\theta$,

then find $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $\theta=\frac{\pi}{4}$

यदि $x=\cos\theta+\log\tan\frac{\theta}{2}$,

$y=\sin\theta$

है, तो $\theta=\frac{\pi}{4}$ पर $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

31 A diet is to contain at least 8 units of Vitamin A and 10 units of Vitamin C. Two types of food I and II are available. Food I costs ₹ 50 per kg and food II costs ₹ 70 per kg. Food I contains 2 units/kg of Vitamin A and 1 unit/kg of Vitamin C while food II contains 1 unit/kg of Vitamin A and 2 units/kg of Vitamin C. Formulate this as a linear programming problem and find graphically the minimum cost for diet that consists of mixture of these two foods and also meets the minimal nutritional requirements. **6**

एक आहार में कम से कम 8 मात्रक विटामिन A और 10 मात्रक विटामिन C होना चाहिए। दो प्रकार के खाद्य पदार्थ I तथा खाद्य पदार्थ II उपलब्ध हैं। खाद्य पदार्थ I की किमत 50 ₹/किग्रा तथा खाद्य पदार्थ II की कीमत 70 ₹/किग्रा है। पदार्थ I में विटामिन A की मात्रा 2 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 1 इकाई/किग्रा है, जबकि पदार्थ II में विटामिन A की मात्रा 1 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 2 इकाई/किग्रा है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा उस आहार का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए जिसमें इन दोनों खाद्य पदार्थों का मिश्रण है और उसमें न्यूनतम आवश्यक पोषक तत्व हैं।

32 Show that the surface area of a closed cuboid with square base and given volume is minimum when it is a cube. **6**

दर्शाइए कि एक दिए गए आयतन वाले वर्गाकार आधार के बन्द घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम तब होगा जब यह एक घन होगा।

OR / अथवा

Find all the points of local maxima and minima and the maximum and minimum values on these points for the function

$$f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$$

फलन $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ के लिए सभी स्थानीय उच्चिष्ठ बिन्दु तथा स्थानीय निम्निष्ठ बिन्दु ज्ञात कीजिए। उन बिन्दुओं पर उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ भी ज्ञात कीजिए।

33 Using matrices, solve the following system of equations : **6**

आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए, निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$
$$x + 2z = 7$$
$$3x + y + z = 12$$

Roll No.
अनुक्रमांक

This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.
इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है ।

Roll No. **अनुक्रमांक** | | | | | | | | | | | | |

Code No. 65/OSS/1
कोड नं.

SET/सेट **A**

MATHEMATICS
(गणित)
(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ____________________

Signature of Invigilators **1.** ____________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ____________________

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4 Write your Question Paper Code No. **65/OSS/1, Set–A** on the Answer-Book.
5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/OSS/1, सेट-A** लिखें।
5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं:
अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS
(गणित)
(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note : (i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश : (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION – A

खण्ड – अ

1 The direction ratios of the line $6x-5=3y-1=2z+4$ are : **1**

रेखा $6x-5=3y-1=2z+4$ के दिक् अनुपात हैं :

(A) 5, 1, –4 (B) 6, 3, 2

(C) $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{6}, \frac{1}{3}, -2$

2 If $A=\begin{bmatrix}5 & 0\\ -3 & -1\end{bmatrix}$ and $A+B$ is an identity matrix, then matrix B is : **1**

यदि $A=\begin{bmatrix}5 & 0\\ -3 & -1\end{bmatrix}$ तथा $A+B$ एक इकाई आव्यूह है, तो आव्यूह B होगा :

(A) $\begin{bmatrix}-4 & 0\\ -3 & 2\end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix}6 & 0\\ 3 & 2\end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 3 & 2\end{bmatrix}$

3 $\int \frac{1}{x^2+4}\,dx$ is equal to : **1**

$\int \frac{1}{x^2+4}\,dx$ बराबर है :

(A) $\tan^{-1}\frac{x}{2}+c$ (B) $\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$

(C) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{x}{2}+c$ (D) $\frac{1}{4}\log\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+c$

4 $\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ is equal to : **1**

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ बराबर है :

(A) $\frac{25}{9}$ (B) $\frac{5}{3}$

(C) $\frac{25}{3}$ (D) $\frac{3}{5}$

5 If A is an invertible matrix of order 3 and $|A| = 5$, then $|adj\ A|$ is : **1**

यदि A क्रम 3 का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है तथा $|A| = 5$ है, तो $|adj\ A|$ होगा :

(A) 25 (B) 125

(C) 625 (D) 5

6 For what value of x, the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 3-x \\ -3 & 1+x \end{bmatrix}$ is singular ? **1**

x के किस मान के लिए आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 4 & 3-x \\ -3 & 1+x \end{bmatrix}$ व्युत्क्रमणी है ?

(A) $\frac{5}{7}$ (B) -13

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $-\frac{13}{7}$

7 If $f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$, then $f'(1)$ is : **1**

यदि $f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$ है, तो $f'(1)$ है :

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{2}$ (D) 1

8 The interval in which the function $f(x) = \cos x$ in $(0, 2\pi)$ is increasing is : **1**

वह अन्तराल जिसमें फलन $f(x) = \cos x$, $(0, 2\pi)$ पर, वर्धमान है :

(A) $(0, \pi)$ (B) $(\pi, 2\pi)$

(C) $(0, 2\pi)$ (D) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

9 The degree of the differential equation $2\frac{d^3y}{dx^3} + 3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 5\frac{dy}{dx} + y = 0$ is : **1**

अवकल समीकरण $2\frac{d^3y}{dx^3} + 3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 5\frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटी है :

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

10 Which one of the following sentences is not a statement ? **1**

(A) 7 is an odd number.

(B) $\sqrt{3}$ is not a rational number.

(C) Mathematics is a difficult subject.

(D) There are 10 months in a year.

निम्न वाक्यों में से कौन सा एक वाक्य कथन नहीं है?

(A) 7 एक विषम संख्या है।

(B) $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या नहीं है।

(C) गणित एक कठीन विषय है।

(D) एक वर्ष में 10 महीने होते हैं।

SECTION – B

खण्ड – ब

11 If $f:\{4, 6, 7\} \to \{1, 2, 4\}$ and $g:\{1, 2, 4\} \to \{1, 5, 6\}$ be defined as $f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ and $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, then define *gof*. **2**

यदि $f:\{4, 6, 7\} \to \{1, 2, 4\}$ तथा $g:\{1, 2, 4\} \to \{1, 5, 6\}$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ तथा $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, तो *gof* परिभाषित कीजिए।

12 Show that the tangents to the curve $y = 3x^2 - 5x + 2$ at (1, 0) and $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ are at right angles. **2**

दर्शाइए कि वक्र $y = 3x^2 - 5x + 2$ पर स्थित बिन्दुओं (1, 0) तथा $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ पर स्पर्श रेखाएँ लम्बवत् हैं।

13 Find the second order derivative of $\tan x + \log(\sin x)$ w.r.t. *x*. **2**

x के सापेक्ष, $\tan x + \log(\sin x)$ का दूसरी कोटि का अवकलज ज्ञात कीजिए।

14 For the principal values, evaluate **2**

$$\tan^{-1} 1 + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

मुख्य मानों के लिए

$\tan^{-1} 1 + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

15 Find the value of λ for which the vectors **2**

$\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k}$ and $\vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ are

(i) parallel (ii) perpendicular.

λ का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k}$ तथा

$\vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$

(i) समान्तर हैं (ii) लम्बवत् हैं।

OR / अथवा

Find the angle between the planes $\vec{r}\cdot(\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ and $\vec{r}\cdot(2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$.

तलों $\vec{r}\cdot(\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ तथा $\vec{r}\cdot(2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

16 Write (i) converse and (ii) contrapositive of the statement **2**

"If a number is divisible by 3, then the sum of its digits is divisible by 3".

कथन ''यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो उसके अंकों का जोड़ 3 से विभाजित होता है''

का (i) विलोम तथा (ii) प्रतिधनात्मक लिखिए।

SECTION – C

खण्ड – स

17 If $A' = [-3 \quad 5 \quad 2]$ and $B = [1 \quad 6 \quad -4]$, then verify that $(AB)' = B'A'$. **4**

यदि $A' = [-3 \quad 5 \quad 2]$ तथा $B = [1 \quad 6 \quad -4]$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $(AB)' = B'A'$

18 Find whether the relation R on the set Z of all integers defined by $(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y$ is divisible by 3, is an equivalence relation on Z. **4**

ज्ञात कीजिए कि पूर्णांक संख्याओं के समुच्चय Z में सम्बन्ध R जो $(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y$, 3 से विभाजित होता है द्वारा परिभाषित है, क्या Z पर एक समतुल्य सम्बन्ध है?

19 If the function $f(x)$ defined by **4**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + b & , \ x < 3 \\ 2x - 1 & , \ 3 \le x \le 5 \\ 2ax - 3b & , \ 5 < x \end{cases}$$

is continuous for all $x \in R$, then find the values of a and b.

यदि फलन $f(x)$ जो

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + b & , \ x < 3 \\ 2x - 1 & , \ 3 \le x \le 5 \\ 2ax - 3b & , \ 5 < x \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, सभी $x \in R$ पर सतत है, तो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए।

20 Find **4**

ज्ञात कीजिए $\int \frac{1}{(x+1)(2x+1)} dx$.

OR / अथवा

Draw a sketch of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the lines $x = 1$ and $x = 4$ using integration, find the area of this bounded region.

वक्र $y^2 = 4x$ तथा रेखाओं $x = 1$ तथा $x = 4$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खींचें तथा समाकलन का प्रयोग करते हुए इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

21 For any three vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, prove that **4**

$[\vec{b} \quad \vec{a} + \vec{c} \quad \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = 0$

कोई तीन सदिशों $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$[\vec{b} \quad \vec{a} + \vec{c} \quad \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = 0$

OR / अथवा

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three vectors such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then prove that

$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$.

यदि तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$.

22 Find the derivative of $\tan^{-1}\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)$ with respect to *x*. **4**

$\tan^{-1}\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)$ का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए।

23 Evaluate $\int_1^4 (|x-1|+|x-2|)\,dx$. **4**

$\int_1^4 (|x-1|+|x-2|)\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

24 Find the equation of the plane passing through the point (–1, 2, 1) and perpendicular to the line joining the points (–3, 1, 2) and (2, 3, 4). **4**

बिन्दु (–1, 2, 1) से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (–3, 1, 2) तथा (2, 3, 4) से होकर जाती हुई रेखा पर लम्ब है।

25 If $3\sin(xy)+4\cos(xy)=5$, then find $\frac{dy}{dx}$. **4**

यदि $3\sin(xy)+4\cos(xy)=5$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $x^y = y^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^y = y^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

26 Find **4**

ज्ञात कीजिए

$$\int \frac{4x}{2x^2 + x - 1} dx$$

27 Prove that **4**

सिद्ध कीजिए

$$\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$$

28 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

SECTION – D

खण्ड – द

29 Prove that the area of right angled triangle of given hypotenuse is maximum when the triangle is isosceles. **6**

सिद्ध कीजिए कि दिए गए विकर्ण वाले समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा जब यह त्रिभुज समद्विबाहु होगा।

30 Solve the following system of equations using matrices : **6**

$3x+y-2z=-5$

$x+y+z=5$

$4x+2y+3z=16$

आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$3x+y-2z=-5$

$x+y+z=5$

$4x+2y+3z=16$

31 Find the particular solution of the differential equation **6**

$x\dfrac{dy}{dx}=y-\sqrt{x^2+y^2}$ given that $y=1$ when $x=0$.

अवकल समीकरण $x\dfrac{dy}{dx}=y-\sqrt{x^2+y^2}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y=1$ जब $x=0$ है।

OR / अथवा

Find the particular solution of the differential equation

$\left(x^2 - 1\right)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}$, given $y(0) = 0$.

अवकल समीकरण $\left(x^2 - 1\right)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y(0) = 0$ है।

32 Show that the lines **6**

$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k})$ and

$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$

are coplanar. Find the Cartesian equation of the plane containing these lines.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k})$ तथा

$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$

समतलीय हैं। उस समतल का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें ये रेखाएँ स्थित हैं।

OR / अथवा

Find the distance of the point (1, –1, 2) from the plane determined by the points (3, –1, 2), (5, 2, 4) and (–1, –1, 6).

बिन्दुओं (3, –1, 2), (5, 2, 4) तथा (–1, –1, 6) से निर्धारित समतल की बिन्दु (1, –1, 2) से दूरी ज्ञात कीजिए।

33 A manufacturer makes almirahs and trunks. He has two Machines A and B. The almirahs requires 3 hours on Machine A and 3 hours on Machine B. The trunk requires 3 hours on Machine A and 2 hours on Machine B. Machines A and B can work for almost 18 hours and 15 hours per day respectively. He earns a profit of ₹ 800 per almirah and ₹ 700 per trunk. Formulate this as a LPP and find graphically how many almirahs and trunks must he make each day to make maximum profit? **6**

एक निर्माता अलमारियां तथा ट्रंक बनाता है। उसके पास दो मशीनें A तथा B हैं। एक अलमारी को बनाने के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर भी 3 घंटे आवश्यक हैं। एक ट्रंक को बनाने में मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 2 घंटे आवश्यक हैं। मशीन A तथा B प्रतिदिन अधिकतम क्रमशः 18 घंटे तथा 15 घंटे ही काम कर सकती है। वह एक अलमारी पर ₹ 800 तथा एक ट्रंक पर ₹ 700 कमाता है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा ज्ञात कीजिए कि अधिकतम लाभ पाने के लिए वह प्रतिदिन कितनी अलमारी तथा ट्रंक बनाए?

Roll No.
अनुक्रमांक

This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.

इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है ।

Roll No. / **अनुक्रमांक** | | | | | | | | | | | | |

Code No. 65/OSS/1
कोड नं.

SET/सेट B

MATHEMATICS
(गणित)
(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ____________________

Signature of Invigilators **1.** ____________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ____________________

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4 Write your Question Paper Code No. **65/OSS/1, Set–B** on the Answer-Book.
5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/OSS/1, सेट-B** लिखें।
5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं:
अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS
(गणित)
(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note : (i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश : (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION – A

खण्ड – अ

1 $\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ is equal to : **1**

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ बराबर है :

(A) $\frac{25}{9}$ (B) $\frac{5}{3}$

(C) $\frac{25}{3}$ (D) $\frac{3}{5}$

2 If $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$ and $2A + B$ as a zero matrix, then matrix B is : **1**

यदि $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$ तथा $2A + B$ एक शून्य आव्यूह है, तो आव्यूह B होगा :

(A) $\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 2 & -10 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -10 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 10 \end{bmatrix}$

3 The interval in which the function $f(x) = \cos x$ in $(0, 2\pi)$ is increasing is : **1**

वह अन्तराल जिसमें फलन $f(x) = \cos x$, $(0, 2\pi)$ पर, वर्धमान है :

(A) $(0, \pi)$ (B) $(\pi, 2\pi)$

(C) $(0, 2\pi)$ (D) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

4 Which one of the following sentences is not a statement? **1**

(A) 7 is an odd number.

(B) $\sqrt{3}$ is not a rational number.

(C) Mathematics is a difficult subject.

(D) There are 10 months in a year.

निम्न वाक्यों में से कौन सा एक वाक्य कथन नहीं है?

(A) 7 एक विषम संख्या है।

(B) $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या नहीं है।

(C) गणित एक कठीन विषय है।

(D) एक वर्ष में 10 महीने होते हैं।

5 For what value of x, the matrix $A=\begin{bmatrix} 4 & 3-x \\ -3 & 1+x \end{bmatrix}$ is singular? **1**

x के किस मान के लिए आव्यूह $A=\begin{bmatrix} 4 & 3-x \\ -3 & 1+x \end{bmatrix}$ व्युत्क्रमणी है?

(A) $\frac{5}{7}$ (B) -13

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $-\frac{13}{7}$

6 The direction ratios of the line $6x-5=3y-1=2z+4$ are : **1**

रेखा $6x-5=3y-1=2z+4$ के दिक् अनुपात हैं :

(A) 5, 1, –4 (B) 6, 3, 2

(C) $\frac{1}{6},\frac{1}{3},\frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{6},\frac{1}{3},-2$

7 $\int \frac{1}{x^2+4}\,dx$ is equal to : **1**

$\int \frac{1}{x^2+4}\,dx$ बराबर है :

(A) $\tan^{-1}\frac{x}{2}+c$ (B) $\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$

(C) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{x}{2}+c$ (D) $\frac{1}{4}\log\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+c$

8 The degree of the differential equation $2\frac{d^3y}{dx^3}+3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3+5\frac{dy}{dx}+y=0$ is : **1**

अवकल समीकरण $2\frac{d^3y}{dx^3}+3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3+5\frac{dy}{dx}+y=0$ की कोटी है :

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

9 If A is an invertible matrix of order 3 and $|A|=5$, then $|adj\ A|$ is : **1**

यदि A क्रम 3 का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है तथा $|A|=5$ है, तो $|adj\ A|$ होगा :

(A) 25 (B) 125

(C) 625 (D) 5

10 If $f(x)=\frac{x^2+1}{x+1}$, then $f'(1)$ is : **1**

यदि $f(x)=\frac{x^2+1}{x+1}$ है, तो $f'(1)$ है :

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{2}$ (D) 1

SECTION – B

खण्ड – ब

11 Find the second order derivative of $\tan x + \log(\sin x)$ w.r.t. x. **2**

x के सापेक्ष, $\tan x + \log(\sin x)$ का दूसरी कोटि का अवकलज ज्ञात कीजिए।

12 Find the value of λ for which the vectors **2**

$\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k}$ and $\vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ are

(i) parallel (ii) perpendicular.

λ का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k}$ तथा

$\vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$

(i) समान्तर हैं (ii) लम्बवत् हैं।

OR / अथवा

Find the angle between the planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$.

तलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ तथा $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

13 Write (i) converse and (ii) contrapositive of the statement **2**

"If a number is divisible by 3, then the sum of its digits is divisible by 3".

कथन ''यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो उसके अंकों का जोड़ 3 से विभाजित होता है''

का (i) विलोम तथा (ii) प्रतिधनात्मक लिखिए।

14 For the principal values, evaluate the following : **2**

मुख्य मानों के लिए निम्न का मान ज्ञात कीजिए :

$$\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \operatorname{cosec}^{-1}(-2) + \sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

15 If $f:\{4, 6, 7\} \to \{1, 2, 4\}$ and $g:\{1, 2, 4\} \to \{1, 5, 6\}$ be defined **2**

as $f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ and $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, then define gof.

यदि $f:\{4, 6, 7\} \to \{1, 2, 4\}$ तथा $g:\{1, 2, 4\} \to \{1, 5, 6\}$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ तथा $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, तो gof परिभाषित कीजिए।

16 Show that the tangents to the curve $y = 3x^2 - 5x + 2$ at (1, 0) and $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ **2**

are at right angles.

दर्शाइए कि वक्र $y = 3x^2 - 5x + 2$ पर स्थित बिन्दुओं (1, 0) तथा $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ पर स्पर्श रेखाएँ लम्बवत् हैं।

SECTION – C

खण्ड – स

17 Find **4**

ज्ञात कीजिए $\int \frac{1}{(x+1)(2x+1)}\, dx$.

OR / अथवा

Draw a sketch of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the lines $x = 1$ and $x = 4$ using integration, find the area of this bounded region.

वक्र $y^2 = 4x$ तथा रेखाओं $x = 1$ तथा $x = 4$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खीचें तथा समाकलन का प्रयोग करते हुए इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

18 Evaluate $\int_1^4 (|x-1| + |x-2|)\, dx$. **4**

$\int_1^4 (|x-1| + |x-2|)\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

19 If the function $f(x)$ defined by **4**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & 0 \le x < 2 \\ 3x + 2, & 2 \le x \le 4 \\ 2ax + 5b, & 4 < x \le 8 \end{cases}$$

is continuous on [0, 8], then find the values of a and b.

यदि फलन $f(x)$ जो

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & 0 \le x < 2 \\ 3x + 2, & 2 \le x \le 4 \\ 2ax + 5b, & 4 < x \le 8 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, [0, 8] पर सतत है, तो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए।

20 Find the equation of the plane passing through the point (–1, 2, 1) and perpendicular to the line joining the points (–3, 1, 2) and (2, 3, 4). **4**

बिन्दु (–1, 2, 1) से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (–3, 1, 2) तथा (2, 3, 4) से होकर जाती हुई रेखा पर लम्ब है।

21 Prove that **4**

सिद्ध कीजिए

$$\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{7}+\tan^{-1}\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}$$

22 Find the derivative of $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}+1}{x}\right)$ with respect to x. **4**

$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}+1}{x}\right)$ का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए।

23 If $A'=\begin{bmatrix}-3 & 5 & 2\end{bmatrix}$ and $B=\begin{bmatrix}1 & 6 & -4\end{bmatrix}$, then verify that $(AB)'=B'A'$. **4**

यदि $A'=\begin{bmatrix}-3 & 5 & 2\end{bmatrix}$ तथा $B=\begin{bmatrix}1 & 6 & -4\end{bmatrix}$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $(AB)'=B'A'$

24 If $3\sin(xy)+4\cos(xy)=5$, then find $\frac{dy}{dx}$. **4**

यदि $3\sin(xy)+4\cos(xy)=5$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $x^y = y^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^y = y^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

25 Find whether the relation R on the set Z of all integers defined by $(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y$ is divisible by 3, is an equivalence relation on Z. **4**

ज्ञात कीजिए कि पूर्णांक संख्याओं के समुच्चय Z में सम्बन्ध R जो $(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y$, 3 से विभाजित होता है द्वारा परिभाषित है, क्या Z पर एक समतुल्य सम्बन्ध है?

26 Find **4**

ज्ञात कीजिए

$$\int \frac{2x}{\sqrt{2+x-x^2}}\,dx$$

27 For any three vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, prove that **4**

$$[\vec{b} \quad \vec{a}+\vec{c} \quad \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}] = 0$$

कोई तीन सदिशों $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$[\vec{b} \quad \vec{a}+\vec{c} \quad \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}] = 0$$

OR / अथवा

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three vectors such that $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, then prove that

$$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{c}=\vec{c}\times\vec{a}\cdot$$

यदि तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ इस प्रकार हैं कि $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{c}=\vec{c}\times\vec{a}\cdot$$

28 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} b+c & c & b \\ c & c+a & a \\ b & a & a+b \end{vmatrix} = 4\,abc$$

SECTION – D

खण्ड – द

29 Find the particular solution of the differential equation **6**

$x\frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2}$ given that $y = 1$ when $x = 0$.

अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y = 1$ जब $x = 0$ है।

OR / अथवा

Find the particular solution of the differential equation

$\left(x^2 - 1\right)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}$, given $y(0) = 0$.

अवकल समीकरण $\left(x^2 - 1\right)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y(0) = 0$ है।

30 Using matrices, solve the following system of equations : **6**

आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$x - y = 3$

$2x + 3y + 4z = 17$

$y + 2z = 7$

31 Show that the lines **6**

$$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$$

are coplanar. Find the Cartesian equation of the plane containing these lines.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}) \text{ तथा}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$$

समतलीय हैं। उस समतल का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें ये रेखाएँ स्थित हैं।

OR / अथवा

Find the distance of the point (1, –1, 2) from the plane determined by the points (3, –1, 2), (5, 2, 4) and (–1, –1, 6).

बिन्दुओं (3, –1, 2), (5, 2, 4) तथा (–1, –1, 6) से निर्धारित समतल की बिन्दु (1, –1, 2) से दूरी ज्ञात कीजिए।

32 A manufacturer makes almirahs and trunks. He has two Machines A and B. The almirahs requires 3 hours on Machine A and 3 hours on Machine B. The trunk requires 3 hours on Machine A and 2 hours on Machine B. Machines A and B can work for almost 18 hours and 15 hours per day respectively. He earns a profit of ₹ 800 per almirah and ₹ 700 per trunk. Formulate this as a LPP and find graphically how many almirahs and trunks must he make each day to make maximum profit? **6**

एक निर्माता अलमारियां तथा ट्रंक बनाता है। उसके पास दो मशीनें A तथा B हैं। एक अलमारी को बनाने के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर भी 3 घंटे आवश्यक हैं। एक ट्रंक को बनाने में मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 2 घंटे आवश्यक हैं। मशीन A तथा B प्रतिदिन अधिकतम क्रमशः 18 घंटे तथा 15 घंटे ही काम कर सकती है। वह एक अलमारी पर ₹ 800 तथा एक ट्रंक पर ₹ 700 कमाता है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा ज्ञात कीजिए कि अधिकतम लाभ पाने के लिए वह प्रतिदिन कितनी अलमारी तथा ट्रंक बनाए?

33 Prove that the area of right angled triangle of given hypotenuse is maximum when the triangle is isosceles. **6**

सिद्ध कीजिए कि दिए गए विकर्ण वाले समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा जब यह त्रिभुज समद्विबाहु होगा।

Roll No.
अनुक्रमांक

This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.
इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है ।

Roll No. **अनुक्रमांक**												

Code No. 65/OSS/1
कोड नं.

SET/सेट C

MATHEMATICS
(गणित)
(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ____________________

Signature of Invigilators **1.** ____________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ____________________

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4 Write your Question Paper Code No. **65/OSS/1, Set–C** on the Answer-Book.
5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/OSS/1, सेट-C** लिखें।
5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं:
अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note :

(i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश :

(i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION – A

खण्ड – अ

1 For what value of x, the matrix $A=\begin{bmatrix}4 & 3-x\\ -3 & 1+x\end{bmatrix}$ is singular? **1**

x के किस मान के लिए आव्यूह $A=\begin{bmatrix}4 & 3-x\\ -3 & 1+x\end{bmatrix}$ व्युत्क्रमणी है?

(A) $\frac{5}{7}$ (B) -13

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $-\frac{13}{7}$

2 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ is equal to : **1**

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ बराबर है :

(A) $\frac{25}{9}$ (B) $\frac{5}{3}$

(C) $\frac{25}{3}$ (D) $\frac{3}{5}$

3 The degree of the differential equation $2\frac{d^3y}{dx^3}+3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3+5\frac{dy}{dx}+y=0$ is : **1**

अवकल समीकरण $2\frac{d^3y}{dx^3}+3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3+5\frac{dy}{dx}+y=0$ की कोटी है :

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

4 If $A=\begin{bmatrix}5 & 0\\-3 & -1\end{bmatrix}$ and $A+B$ is an identity matrix, then matrix B is : **1**

यदि $A=\begin{bmatrix}5 & 0\\-3 & -1\end{bmatrix}$ तथा $A+B$ एक इकाई आव्यूह है, तो आव्यूह B होगा :

(A) $\begin{bmatrix}-4 & 0\\-3 & 2\end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix}6 & 0\\3 & 2\end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix}-4 & 0\\3 & 1\end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix}-4 & 0\\3 & 2\end{bmatrix}$

5 Which one of the following sentences is not a statement ? **1**

(A) 7 is an odd number.

(B) $\sqrt{3}$ is not a rational number.

(C) Mathematics is a difficult subject.

(D) There are 10 months in a year.

निम्न वाक्यों में से कौन सा एक वाक्य कथन नहीं है ?

(A) 7 एक विषम संख्या है।

(B) $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या नहीं है।

(C) गणित एक कठीन विषय है।

(D) एक वर्ष में 10 महीने होते हैं।

6 $\int \frac{1}{x^2+4}\,dx$ is equal to : **1**

$\int \frac{1}{x^2+4}\,dx$ बराबर है :

(A) $\tan^{-1}\frac{x}{2}+c$

(B) $\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$

(C) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{x}{2}+c$

(D) $\frac{1}{4}\log\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+c$

7 If $y = x^3 \log x$, then $\frac{dy}{dx}$ at $x = 1$ is equal to : **1**

यदि $y = x^3 \log x$ है, तो $x = 1$ पर $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

8 If A is an invertible matrix of order 3 and $|A| = 5$, then $|adj\ A|$ is : **1**

यदि A क्रम 3 का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है तथा $|A| = 5$ है, तो $|adj\ A|$ होगा :

(A) 25 (B) 125

(C) 625 (D) 5

9 The interval in which the function $f(x) = \cos x$ in $(0, 2\pi)$ is increasing is : **1**

वह अन्तराल जिसमें फलन $f(x) = \cos x$, $(0, 2\pi)$ पर, वर्धमान है :

(A) $(0, \pi)$ (B) $(\pi, 2\pi)$

(C) $(0, 2\pi)$ (D) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

10 The direction ratios of the line $6x - 5 = 3y - 1 = 2z + 4$ are : **1**

रेखा $6x - 5 = 3y - 1 = 2z + 4$ के दिक् अनुपात हैं :

(A) 5, 1, –4 (B) 6, 3, 2

(C) $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{6}, \frac{1}{3}, -2$

SECTION – B

खण्ड – ब

11 For the principal values, evaluate **2**

$$\tan^{-1}1+\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)+\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

मुख्य मानों के लिए

$$\tan^{-1}1+\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)+\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$ का मान ज्ञात कीजिए।

12 The edge of a variable cube is increasing at the rate of 5 cm/sec. How fast is the volume of the cube increasing when the edge is 3 cm long? **2**

एक परिवर्तनशील घन का किनारा 5 सेमी/सेकण्ड की दर से बढ़ रहा है। जब किनारा 3 सेमी लम्बा है, तो घन का आयतन किस दर से बढ़ रहा है?

13 Write (i) converse and (ii) contrapositive of the statement **2**

"If a number is divisible by 3, then the sum of its digits is divisible by 3".

कथन ''यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो उसके अंकों का जोड़ 3 से विभाजित होता है''

का (i) विलोम तथा (ii) प्रतिधनात्मक लिखिए।

14 Find the value of λ for which the vectors **2**

$\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k}$ and $\vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ are

(i) parallel (ii) perpendicular.

λ का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k}$ तथा

$\vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$

(i) समान्तर हैं (ii) लम्बवत् हैं।

OR / अथवा

Find the angle between the planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$.

तलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ तथा $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

15 If $f : \{4, 6, 7\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ and $g : \{1, 2, 4\} \rightarrow \{1, 5, 6\}$ be defined **2**

as $f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ and $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, then define *gof*.

यदि $f : \{4, 6, 7\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ तथा $g : \{1, 2, 4\} \rightarrow \{1, 5, 6\}$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ तथा $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, तो *gof* परिभाषित कीजिए।

16 Find the second order derivative of $\tan x + \log(\sin x)$ w.r.t. x. **2**

x के सापेक्ष, $\tan x + \log(\sin x)$ का दूसरी कोटि का अवकलज ज्ञात कीजिए।

SECTION – C

खण्ड – स

17 Find x, if **4**

x ज्ञात कीजिए, यदि

$$\begin{bmatrix} -2 & x & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ x \end{bmatrix} = 0$$

18 Find **4**

ज्ञात कीजिए $\int \frac{1}{(x+1)(2x+1)} dx$.

OR / अथवा

Draw a sketch of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the lines $x = 1$ and $x = 4$ using integration, find the area of this bounded region.

वक्र $y^2 = 4x$ तथा रेखाओं $x = 1$ तथा $x = 4$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खींचें तथा समाकलन का प्रयोग करते हुए इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

19 Find the values of a and b if $f(x)$ is a continuous function for all $x \in R$. **4**

a तथा b के मान ज्ञात कीजिए यदि $f(x)$ सभी $x \in R$ पर एक सतत फलन है।

$$f(x) = \begin{cases} ax - 2b & , \ x \le 1 \\ 3x - 1 & , \ 1 < x < 2 \\ 2ax + b & , \ 2 \le x \end{cases}$$

20 If $3\sin(xy)+4\cos(xy)=5$, then find $\frac{dy}{dx}$. **4**

यदि $3\sin(xy)+4\cos(xy)=5$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $x^y = y^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^y = y^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

21 Find the derivative of $\tan^{-1}\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)$ with respect to *x*. **4**

$\tan^{-1}\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)$ का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए।

22 Find the equation of the plane passing through the point (–1, 2, 1) and perpendicular to the line joining the points (–3, 1, 2) and (2, 3, 4). **4**

बिन्दु (–1, 2, 1) से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (–3, 1, 2) तथा (2, 3, 4) से होकर जाती हुई रेखा पर लम्ब है।

23 Evaluate **4**

मान ज्ञात कीजिए

$$\int_0^{\pi/2} \log \tan x \, dx$$

24 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

25 Find **4**

ज्ञात कीजिए

$$\int \frac{4x}{2x^2+x-1}\,dx$$

26 Find whether the relation R on the set Z of all integers defined by **4**

$(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y$ is divisible by 3, is an equivalence relation on Z.

ज्ञात कीजिए कि पूर्णांक संख्याओं के समुच्चय Z में सम्बन्ध R जो $(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y$, 3 से विभाजित होता है द्वारा परिभाषित है, क्या Z पर एक समतुल्य सम्बन्ध है?

27 Prove that **4**

सिद्ध कीजिए

$$\cot^{-1} 7 + \cot^{-1} 8 + \cot^{-1} 18 = \cot^{-1} 3$$

28 For any three vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, prove that **4**

$$[\vec{b} \quad \vec{a}+\vec{c} \quad \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}]=0$$

कोई तीन सदिशों $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$[\vec{b} \quad \vec{a}+\vec{c} \quad \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}]=0$$

OR / अथवा

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three vectors such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then prove that $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$.

यदि तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$.

SECTION – D

खण्ड – द

29 A manufacturer makes almirahs and trunks. He has two Machines A and B. The almirahs requires 3 hours on Machine A and 3 hours on Machine B. The trunk requires 3 hours on Machine A and 2 hours on Machine B. Machines A and B can work for almost 18 hours and 15 hours per day respectively. He earns a profit of ₹ 800 per almirah and ₹ 700 per trunk. Formulate this as a LPP and find graphically how many almirahs and trunks must he make each day to make maximum profit? **6**

एक निर्माता अलमारियां तथा ट्रंक बनाता है। उसके पास दो मशीनें A तथा B हैं। एक अलमारी को बनाने के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर भी 3 घंटे आवश्यक हैं। एक ट्रंक को बनाने में मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 2 घंटे आवश्यक हैं। मशीन A तथा B प्रतिदिन अधिकतम क्रमशः 18 घंटे तथा 15 घंटे ही काम कर सकती है। वह एक अलमारी पर ₹ 800 तथा एक ट्रंक पर ₹ 700 कमाता है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा ज्ञात कीजिए कि अधिकतम लाभ पाने के लिए वह प्रतिदिन कितनी अलमारी तथा ट्रंक बनाए?

30 Using matrices, solve the following system of equations : **6**

आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$$x-2y=10$$

$$2x+y+3z=8$$

$$-2y+z=7$$

31 Prove that the area of right angled triangle of given hypotenuse is maximum when the triangle is isosceles. **6**

सिद्ध कीजिए कि दिए गए विकर्ण वाले समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा जब यह त्रिभुज समद्विबाहु होगा।

32 Find the particular solution of the differential equation **6**

$$x\frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2} \text{ given that } y = 1 \text{ when } x = 0.$$

अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y = 1$ जब $x = 0$ है।

OR / अथवा

Find the particular solution of the differential equation

$$\left(x^2 - 1\right)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}, \text{ given } y(0) = 0.$$

अवकल समीकरण $\left(x^2 - 1\right)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y(0) = 0$ है।

33 Show that the lines **6**

$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k})$ and

$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$

are coplanar. Find the Cartesian equation of the plane containing these lines.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k})$ तथा

$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$

समतलीय हैं। उस समतल का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें ये रेखाएँ स्थित हैं।

OR / अथवा

Find the distance of the point (1, –1, 2) from the plane determined by the points (3, –1, 2), (5, 2, 4) and (–1, –1, 6).

बिन्दुओं (3, –1, 2), (5, 2, 4) तथा (–1, –1, 6) से निर्धारित समतल की बिन्दु (1, –1, 2) से दूरी ज्ञात कीजिए।

Roll No.
अनुक्रमांक