

SOLUTION OF TRIANGLE

1. यदि एक त्रिभुज ABC में $AB = 5$ इकाई,

$\angle B = \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ तथा $\triangle ABC$ के परिवृत्त की त्रिज्या

5 इकाई है, तो त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) है :

(1) $10 + 6\sqrt{2}$ (2) $8 + 2\sqrt{2}$

(3) $6 + 8\sqrt{3}$ (4) $4 + 2\sqrt{3}$

2. माना एक समकोण त्रिभुज में, सबसे छोटा कोण θ है। यदि इसकी भुजाओं के व्युत्क्रम भी एक एकसमकोण त्रिभुज बनाते हैं, तो $\sin\theta$ बराबर है:

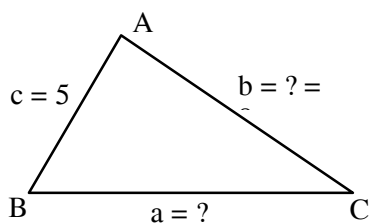
(1) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

(2) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

(3) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

(4) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

3. एक त्रिभुज ABC में, भुजाओं AC तथा AB की लम्बाई क्रमशः 12 cm तथा 5 cm है। यदि $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल 30 cm^2 है तथा $\triangle ABC$ के परिवृत्त और अंतवृत्त की त्रिज्यायें क्रमशः R तथा r हैं, तो $2R + r$ का मान (cm में) बराबर है _____।

SOLUTION**1. Official Ans. by NTA (3)****Sol.**

$$\text{As, } \cos B = \frac{3}{5} \Rightarrow \boxed{B = 53^\circ}$$

$$\text{As, } R = 5 \Rightarrow \frac{c}{\sin c} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{5}{10} = \sin c \Rightarrow \boxed{C = 30^\circ}$$

$$\text{Now, } \frac{b}{\sin B} = 2R \Rightarrow \boxed{b = 2(5)\left(\frac{4}{5}\right) = 8}$$

Now, by cosine formula

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{a^2 + 25 - 64}{2(5)a}$$

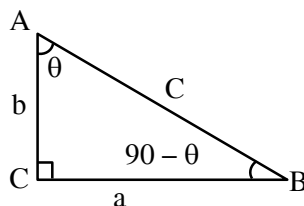
$$\Rightarrow a^2 - 6a - 39 = 0$$

$$\therefore a = \frac{6 \pm \sqrt{192}}{2} = \frac{6 \pm 8\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{3 + 4\sqrt{3}} \text{ (Reject } a = 3 - 4\sqrt{3} \text{)}$$

$$\text{Now, } \Delta = \frac{abc}{4R} = \frac{(3 + 4\sqrt{3})(8)(5)}{4(5)} = 2(3 + 4\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow \Delta = (6 + 8\sqrt{3})$$

 $\Rightarrow$ Option (3) is correct.**2. Official Ans. by NTA (2)****Sol.**

$$\angle A = \theta$$

$$\angle B = 90 - \theta$$

a = smallest side

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

$$\frac{b^2 c^2}{a^2} = b^2 + c^2$$

$$\text{Use } a = 2R \sin A = 2R \sin \theta$$

$$b = 2R \sin B = 2R \sin (90 - \theta) = 2R \cos \theta$$

$$c = 2R \sin C = 2 \sin 90^\circ = 2R$$

$$\frac{4R^2 \cos^2 \theta}{4R^2 \sin^2 \theta} = 4R^2 \cos^2 \theta + 4R^2$$

$$\cos^2 \theta = \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$1 - \sin^2 \theta = \sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) + \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

3. Official Ans by NTA (15)

$$\text{Sol. } \Delta = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 \cdot \sin A = 30$$

$$\sin A = 1$$

$$A = 90^\circ \Rightarrow BC = 13$$

$$BC = 2R = 13$$

$$r = \frac{\Delta}{S} = \frac{30}{15} = 2$$

$$2R + r = 15$$

