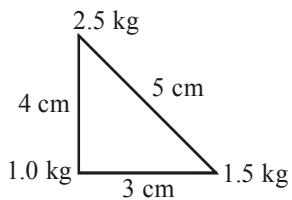
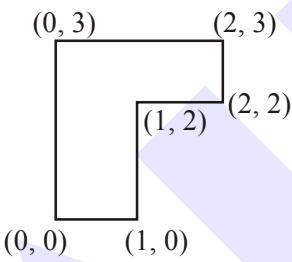


CENTRE OF MASS & COLLISION

1. एक समकोण त्रिभुज जिसकी तीन भुजाएँ 4.0 cm, 3.0 cm और 5.0 cm लम्बी हैं, के कोर्ने पर 1.0 kg, 1.5 kg और 2.5 kg द्रव्यमान के तीन कण रखे हुए हैं (चित्र देखें)। इस निकाय का संहति केन्द्र जिस बिन्दु पर है वह :



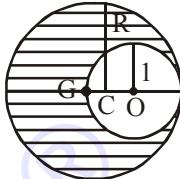
- (1) 1kg द्रव्यमान के 1.5 cm दौँयी ओर और 1.2 cm ऊपर की ओर है।
 (2) 1kg द्रव्यमान के 0.9 cm दौँयी ओर और इससे 2.0 cm ऊपर की ओर है।
 (3) 1kg द्रव्यमान के 0.6 cm दौँयी ओर और 2.0 cm ऊपर की ओर है।
 (4) 1kg द्रव्यमान के 2.0 cm दौँयी ओर और 0.9 cm ऊपर की ओर है।
2. चित्र में दिखाये गये झण्डे के आकार के 4 kg द्रव्यमान वाले एक समतल एकसमान प्लेट के संहति केन्द्र के निर्देशक बिन्दु होंगे :



- (1) (1.25m, 1.50m) (2) (1m, 1.75m)
 (3) (0.75m, 0.75m) (4) (0.75m, 1.75m)
3. द्रव्यमान m = 0.1 kg का एक पिण्ड A का आरम्भिक वेग $3\hat{i} \text{ ms}^{-1}$ है। यह प्रत्यास्थ तरीके से समान द्रव्यमान के दूसरे पिण्ड B से टकराता है जिसका आरम्भिक वेग $5\hat{j} \text{ ms}^{-1}$ है। टकराने के बाद, पिण्ड A $\vec{v} = 4(\hat{i} + \hat{j})$ वेग से चल रहा है

और पिण्ड B की ऊर्जा $\frac{x}{10} \text{ J}$ है x का मान है _____।

4. दिखाये गये चित्रानुसार जब R त्रिज्या के एक एकसमान गोले में (गोले का केन्द्र C पर है) 1 त्रिज्या की एक गुहिका (cavity) बनाई जाती है (गुहिका का केन्द्र O पर है) तो बचे हुए हिस्से (छायादित) का द्रव्यमान केन्द्र C बिन्दु (जो कि गुहिका की सतह पर है) है। ऐसे में R का मान निम्न में से कौन सी समीकरण द्वारा ज्ञात किया जा सकता है ?



- (1) $(R^2 - R + 1)(2 - R) = 1$
 (2) $(R^2 + R - 1)(2 - R) = 1$
 (3) $(R^2 + R + 1)(2 - R) = 1$
 (4) $(R^2 - R - 1)(2 - R) = 1$
5. m द्रव्यमान के एक कण को धरातल से h ऊँचाई से छोड़ा जाता है। उसी समय पर समान द्रव्यमान के एक कण को धरातल से ऊर्ध्वाधर दिशा में ऊपर की ओर $\sqrt{2gh}$ गति से प्रक्षेपित करा जाता है। यदि ये दो कण आमने-सामने (head-on) पूर्णतः

अप्रत्यास्थ रूप से टकराते हों तो जुड़े हुए कणों को $\sqrt{\frac{h}{g}}$ की

इकाई मानते हुए धरातल तक पहुँचने में लगने वाला समय होगा।

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\sqrt{\frac{1}{2}}$

(3) $\sqrt{\frac{3}{4}}$ (4) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

6. समान द्रव्यमान m के दो कणों का प्रारम्भिक वेग $u_i\hat{i}$ और $u\left(\frac{\hat{i} + \hat{j}}{2}\right)$ है। ये कण पूर्णतः अप्रत्यास्थ रूप से टकराते हैं। इस प्रक्रिया में होने वाली ऊर्जा की क्षति है :

(1) $\frac{3}{4}mu^2$ (2) $\frac{1}{8}mu^2$

(3) $\sqrt{\frac{2}{3}}mu^2$ (4) $\frac{1}{3}mu^2$

7. लम्बाई L की एक छड़ का रेखीय द्रव्यमान घनत्व $\rho(x)$

असमान है और इसका मान $\rho(x) = a + b \left(\frac{x}{L}\right)^2$ है। यहाँ

पर a और b स्थिरांक हैं और $0 \leq x \leq L$ छड़ के द्रव्यमान केन्द्र के लिये x का मान होगा :

$$(1) \frac{4}{3} \left(\frac{a+b}{2a+3b} \right) L$$

$$(2) \frac{3}{2} \left(\frac{a+b}{2a+b} \right) L$$

$$(3) \frac{3}{2} \left(\frac{2a+b}{3a+b} \right) L$$

$$(4) \frac{3}{4} \left(\frac{2a+b}{3a+b} \right) L$$

8. द्रव्यमान m के एक कण को u गति से क्षैतिज दिशा

(इसे x -अक्ष लें) से $\theta = \frac{\pi}{3}$ कोण बनाते हुए प्रक्षेपित किया

जाता है। अपनी अधिकतम ऊँचाई पर पहुँचने पर यह कण समान द्रव्यमान के एक दूसरे कण, जिसका वेग $u\hat{i}$ है, से पूर्णतः अप्रत्यास्थ रूप से टकराता है। संयुक्त कणों द्वारा धरती पर पहुँचने से पहले क्षैतिज दिशा में चली गयी दूरी होगी :

$$(1) \frac{3\sqrt{2}}{4} \frac{u^2}{g}$$

$$(2) 2\sqrt{2} \frac{u^2}{g}$$

$$(3) \frac{3\sqrt{3}}{8} \frac{u^2}{g}$$

$$(4) \frac{5}{8} \frac{u^2}{g}$$

9. द्रव्यमान m का एक कण जिसका आरंभिक वेग $u\hat{i}$ है $3m$ द्रव्यमान के एक कण से, जो कि विरामावस्था में है, प्रत्यावस्था टकराता है। यदि टकराने के बाद m द्रव्यमान वाला कण $v\hat{j}$ वेग से चल रहा हो, तो v का मान है :

$$(1) v = \sqrt{\frac{2}{3}} u$$

$$(2) v = \frac{1}{\sqrt{6}} u$$

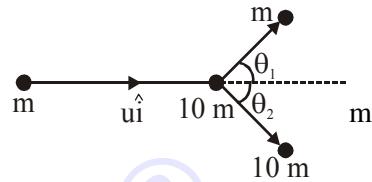
$$(3) v = \frac{u}{\sqrt{3}}$$

$$(4) v = \frac{u}{\sqrt{2}}$$

10. द्रव्यमान m का एक कण x अक्ष का आरंभिक वेग $u\hat{i}$ से

चल रहा है। यह द्रव्यमान 10 m के विरामावस्था में रखे हुए एक कण से प्रत्यास्थ टकराता है और तत्पश्चात यह अपनी आरंभिक गतिज ऊर्जा की आधी ऊर्जा से चलता है (चित्र देखें)।

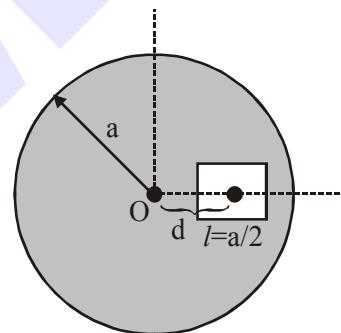
यदि $\sin \theta_1 = \sqrt{n} \sin \theta_2$ तो n का मान है _____.



11. त्रिज्या a की एक वृत्ताकार डिस्क केन्द्र 'O' से $d = \frac{a}{2}$ दूरी पर

$l = \frac{a}{2}$ भुजा का एक वर्गाकार छिद्र काटा जाता है। यदि बचे

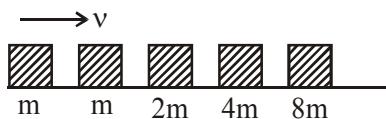
हुए हिस्से का संहति-केन्द्र O से $-\frac{a}{X}$ दूरी पर हो तो x किस पूर्णांक के निकटतम है _____.



12. द्रव्यमान 1.9 kg का एक गुटका एक 1 m ऊँची मेज के किनारे पर रखा हुआ है। द्रव्यमान 0.1 kg की एक गोली इस गुटके से टकराती है इससे चिपक जाती है। यदि टकराने से ठीक पहले गोली का वेग क्षैतिज दिशा में 20 m/s है तो धरातल पर टकराने से ठीक पहले गोली और गुटके के संयुक्त निकाय की गतिज ऊर्जा होगी : [$g = 10\text{ m/s}^2$ लें]। यह माने कि कोई घूर्णन गति नहीं है और टकराने के बाद ऊर्जा की कोई क्षति नहीं होती है]

$$(1) 21\text{ J} \quad (2) 23\text{ J} \quad (3) 19\text{ J} \quad (4) 20\text{ J}$$

13. द्रव्यमान m , $2m$, $4m$ व $8m$ के ब्लॉकों को किसी घर्षणरहित फर्श पर एक रेखा में व्यवस्थित किया गया है। समान रेखा के अनुदिश v चाल से गतिशील m द्रव्यमान का एक अन्य ब्लॉक द्रव्यमान m से पूर्णतया अप्रत्यास्थ टक्कर करता है। होने वाली सभी तदोपरान्त टक्करें भी पूर्णतया अप्रत्यास्थ हैं। जितने समय में $8m$ द्रव्यमान वाला अंतिम ब्लॉक गति करना प्रारम्भ करता है; कुल ऊर्जा हास मूल ऊर्जा का $p\%$ होता है। ' p ' का लगभग मान है:-



- (1) 77 (2) 37 (3) 87 (4) 94

14. अंतरिक्ष में एक अंतरिक्ष यान, ग्रहों के बीच की धूल एकत्रित करते हुए चलता है। परिणामस्वरूप उसके द्रव्यमान के बढ़ने की दर $\frac{dM(t)}{dt} = bv^2(t)$ है। जहाँ $v(t)$ तात्क्षणिक वेग है।

अंतरिक्ष यान का तात्क्षणिक त्वरण है -

$$(1) -\frac{2bv^3}{M(t)}$$

$$(2) -\frac{bv^3}{2M(t)}$$

$$(3) -bv^3(t)$$

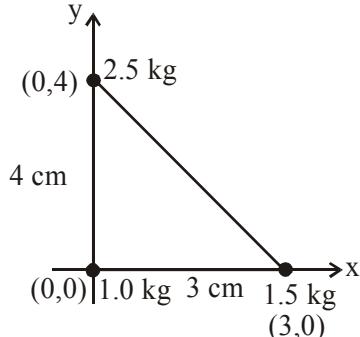
$$(4) -\frac{bv^3}{M(t)}$$

15. एक समान द्रव्यमान के दो पिण्ड किसी समतल में समान चाल से, किन्तु विभिन्न दिशाओं में, गतिमान हैं। उनका पूर्णतया अप्रत्यास्थ संघट्ट होता है और उसके पश्चात् वह दोनों एक साथ अपनी आरम्भिक चाल की आधी चाल से गतिमान होते हैं। दोनों पिण्डों के आरम्भिक बेगों के बीच कोण (डिग्री में) है _____।

16. वेग $(\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j})\text{ms}^{-1}$ से गतिशील द्रव्यमान m_1 का एक कण A विश्राम अवस्था में द्रव्यमान m_2 के एक कण B से संघट्ट करता है। संघट्ट के पश्चात कणों A एवं B के वेग क्रमशः \vec{V}_1 एवं \vec{V}_2 हैं। यदि $m_1 = 2m_2$ एवं संघट्ट के पश्चात $\vec{V}_1 = (\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j})\text{ms}^{-1}$ तब \vec{V}_1 एवं \vec{V}_2 के बीच कोण है-

- (1) 60° (2) 15° (3) -45° (4) 105°

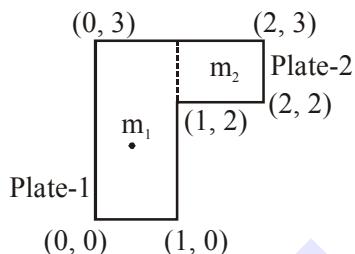
17. त्रिज्या 8 cm के एक ठोस अर्ध गोले का द्रव्यमान केन्द्र सपाट पृष्ठ के केन्द्र से $X\text{ cm}$ दूरी पर है। तब x का मान है _____

SOLUTION**1. NTA Ans. (2)****Sol.**

Let 1 kg as origin and x-y axis as shown

$$x_{cm} = \frac{1(0) + 1.5(3) + 2.5(0)}{5} = 0.9 \text{ cm}$$

$$y_{cm} = \frac{1(0) + 1.5(0) + 2.5(4)}{5} = 2 \text{ cm}$$

2. NTA Ans. (4)**Sol.** $m_1 = 3\text{kg}$ $m_2 = 1\text{kg}$ 

Mass of plate-1 is assumed to be concentrated at (0.5, 1.5)

Mass of plate-2 is assumed to be concentrated at (1.5, 2.5).

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{3 \times 0.5 + 1 \times 1.5}{4} = 0.75$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} = \frac{3 \times 1.5 + 1 \times 2.5}{4} = 1.75$$

3. NTA Ans. (1.00)**Sol.** By conservation of linear momentum :

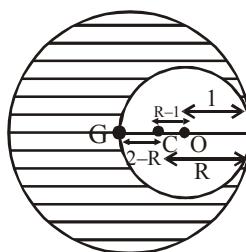
$$(0.1)(3\hat{i}) + (0.1)(5\hat{j}) = (0.1)(4)(\hat{i} + \hat{j}) + (0.1)\vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = -\hat{i} + \hat{j}$$

\therefore Speed of B after collision $|\vec{v}| = \sqrt{2}$

$$\text{Now, kinetic energy} = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}(0.1)(2) = \frac{1}{10}$$

$$\therefore x = 1$$

4. NTA Ans. (3)**Sol.**

By concept of COM

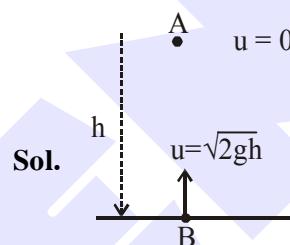
$$m_1 R_1 = m_2 R_2$$

Remaining mass $\times (2-R) =$ cavity mass $\times (R-1)$

$$\left(\frac{4}{3}\pi R^3 \rho - \frac{4}{3}\pi (R-1)^3 \rho \right) (2-R) = \frac{4}{3}\pi (R-1)^3 \rho \times (R-1)$$

$$(R^3 - 1)(2-R) = R-1$$

$$(R^2 + R + 1)(2-R) = 1$$

5. NTA Ans. (4)

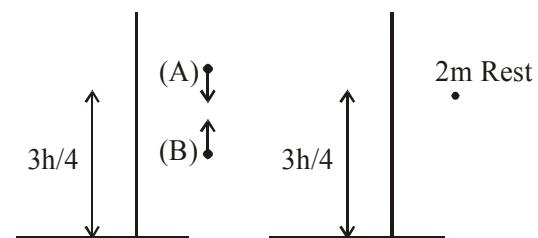
Particles will collide after time $t_0 = \frac{h}{\sqrt{2gh}}$

$$\text{at collision, } v_A = gt_0 \quad v_B = u_B - gt_0$$

$$\Rightarrow v_A = -v_B$$

Before collision

After collision



Time taken by combined mass to reach the ground

$$\text{time} = \sqrt{\frac{2 \times 3h/4}{g}} = \sqrt{\frac{3h}{2g}}$$

6. NTA Ans. (2)**Sol.** From momentum conservation

$$mu\hat{i} + mu\left(\frac{\hat{i} + \hat{j}}{2}\right) = (m+m)\bar{v}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{3}{4}u\hat{i} + \frac{u}{4}\hat{j}$$

$$\Rightarrow |v| = \frac{u}{4} \sqrt{10}$$

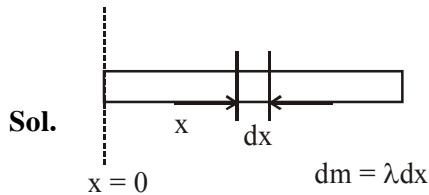
$$\text{Final kinetic energy} = \frac{1}{2} 2m \left(\frac{u}{4} \sqrt{10} \right)^2 = \frac{5}{8} mu^2$$

Initial kinetic energy

$$= \frac{1}{2} mu^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{u}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{6}{8} mu^2$$

$$\text{Loss in K.E.} = k_i - k_f = \frac{1}{8} mu^2$$

7. NTA Ans. (4)



$$x_{cm} = \frac{\int x dm}{\int dm} = \frac{\int (\lambda dx) x}{\int dm}$$

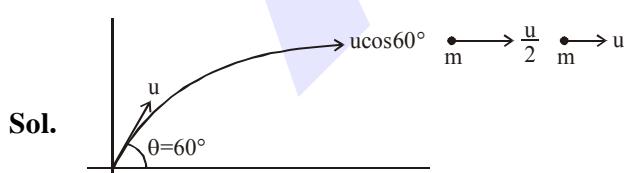
$$= \frac{\int_0^L \left(a + \frac{bx^2}{L^2} \right) dx}{\int_0^L \left(a + \frac{bx^2}{L^2} \right) dx}$$

$$= \frac{\frac{aL^2}{2} + \frac{b}{L^2} \cdot \frac{L^4}{4}}{aL + \frac{b}{L^2} \cdot \frac{L^3}{3}}$$

$$= \frac{\left(\frac{4a+2b}{8} \right) L}{\frac{(3a+b)}{3}} = \frac{3(2a+b)L}{4(3a+b)}$$

∴ correct answer 4

NTA Ans. (3)



By momentum conservation,

$$\frac{mu}{2} + mu = 2mv'$$

$$v' = \frac{3v}{4}$$

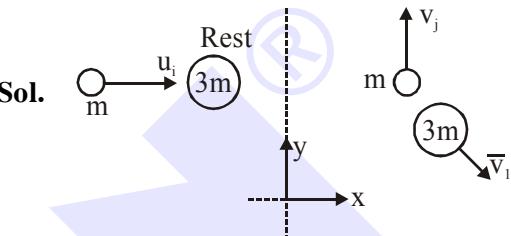
$$\text{Range after collision} = \frac{3v}{4} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$= \frac{3v}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot u^2 \sin^2 60^\circ}{g \cdot 2g}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{u^2}{g} = \frac{3\sqrt{3}u^2}{8g}$$

∴ Correct answer (3)
Official Ans. by NTA (4)

Before collision After collision



From momentum conservation

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$m(u_i) + 3m(0) = mv_j + 3m\bar{v}_1$$

$$m u_i - m v_j = 3m \bar{v}_1$$

$$\bar{v}_1 = \frac{u_i - v_j}{3}$$

$$\text{or } |v_1| = \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{3}$$

$$\text{or } v_1^2 = \frac{u^2 + v^2}{9} \dots (1)$$

As collision is perfectly elastic hence
 $k_i = k_j$

$$\frac{1}{2} mu^2 + \frac{1}{2} 3m 0^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} 3m v_1^2$$

$$\Rightarrow u^2 = v^2 + 3v_1^2$$

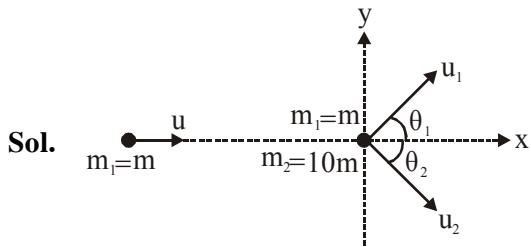
$$u^2 = v^2 + 3 \frac{(u^2 + v^2)}{9}$$

$$\Rightarrow 3u^2 = 3v^2 + u^2 + v^2$$

$$\Rightarrow 2u^2 = 4v^2$$

$$v = \frac{u}{\sqrt{2}}$$

10. Official Ans. by NTA (10.00)



By momentum conservation along y :

$$\begin{aligned} m_1 u_1 \sin \theta_1 &= m_2 u_2 \sin \theta_2 \\ \text{i.e. } mu_1 \sin \theta_1 &= 10mu_2 \sin \theta_2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{u_1 \sin \theta_1 = 10u_2 \sin \theta_2} \quad \dots \dots \text{(i)}$$

$$k f_{m_1} = \frac{1}{2} k i_{m_1} \quad \text{i.e. } \frac{1}{2} mu_1^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} mu^2$$

$$\text{i.e. } \boxed{u_1 = \frac{u}{\sqrt{2}}} \quad \dots \dots \text{(ii)}$$

Also collision is elastic : $k_i = k_f$

$$\frac{1}{2} mu^2 = \frac{1}{2} mu_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 10m \cdot u_2^2$$

$$\frac{1}{2} mu^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} mu^2 + \frac{1}{2} \times 10m \cdot u_2^2$$

$$\frac{1}{4} mu^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times mu_2^2$$

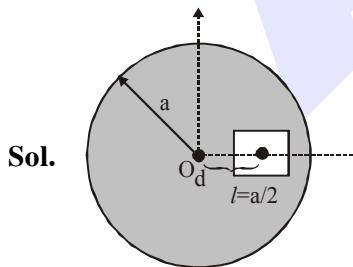
$$\boxed{u_2 = \frac{u}{\sqrt{20}}} \quad \dots \dots \text{(iii)}$$

Putting (ii) & (iii) in (i)

$$\frac{u}{\sqrt{2}} \sin \theta_1 = 10 \cdot \frac{u}{\sqrt{20}} \sin \theta_2$$

$$\boxed{\sin \theta_1 = \sqrt{10} \sin \theta_2} \rightarrow \text{Hence } n = 10$$

11. Official Ans. by NTA (23.00)



$$X_{\text{com}} = \frac{m_1 x_1 - m_2 x_2}{m_1 - m_2}$$

where :

- m_1 = mass of complete disc
- m_2 = removed mass

Let σ = surface mass density of disc material

$$\begin{aligned} \text{wrt 'O' : } X_{\text{com}} &= \frac{\sigma \pi a^2 (O) - \sigma \cdot \frac{a^2}{4} \cdot d}{\sigma \pi a^2 - \sigma \frac{a^2}{4}} = \frac{-\frac{a^2}{4} d}{\pi a^2 - \frac{a^2}{4}} \\ &= \frac{-d}{4\pi - 1} = -\frac{a}{2(4\pi - 1)} \end{aligned}$$

$$\text{So, } X = 2(4\pi - 1) = (8\pi - 2) = 23.12$$

So, nearest integer value of $X = 23$

12. Official Ans. by NTA (1)

$$0.1 \text{ kg} \quad u \quad 1.9 \text{ kg}$$

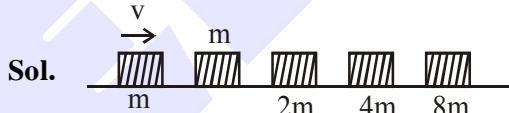
Sol.

$$p_i = p_f \Rightarrow 0.1 \times 20 = 2v$$

$$\therefore v = 1 \text{ m/s}$$

$$KE_f = mgh + \frac{1}{2} mv^2 = 213$$

13. Official Ans. by NTA (4)



All collisions are perfectly inelastic, so after the final collision, all blocks are moving together. So let the final velocity be v' , so on applying momentum conservation:

$$mv = 16m v' \Rightarrow v' = v/16$$

$$\text{Now initial energy } E_i = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\text{Final energy : } E_f = \frac{1}{2} \times 16m \times \left(\frac{v}{16}\right)^2$$

$$\Rightarrow E_f = \frac{1}{2} m \frac{v^2}{16}$$

$$\text{Energy loss : } E_i - E_f \Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} m \frac{v^2}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 \left[1 - \frac{1}{16}\right] \Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 \left[\frac{15}{16}\right]$$

$$\%P = \frac{\text{Energy loss}}{\text{Original energy}} \times 100$$

$$= \frac{\frac{1}{2} mv^2 \left[\frac{15}{16}\right]}{\frac{1}{2} mv^2} \times 100 = 93.75\%$$

\Rightarrow Value of P is close to 94.

14. Official Ans. by NTA (4)

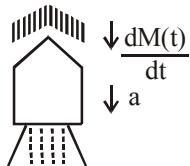
Sol. $\frac{dm(t)}{dt} = bv^2$

$$F_{\text{thast}} = v \frac{dm}{dt}$$

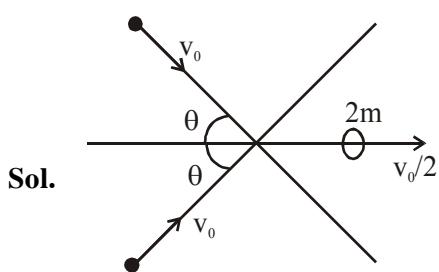
$$\text{Force on statellite} = -\vec{v} \frac{dm(t)}{dt}$$

$$M(t) a = -v (bv^2)$$

$$a = a \frac{bv^3}{M(t)}$$



15. Official Ans. by NTA (120.00)



Momentum conservation along x

$$2mv_0 \cos \theta = 2m \frac{v_0}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60^\circ$$

Angle is $2\theta = 120^\circ$

Ans. 120.00

16. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $\vec{v}_{01} = (\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}) \text{ m/s}$

$$\vec{v}_{02} = \vec{0}$$

$$m_1 = 2m_2$$

$$\text{After collision, } \vec{v}_1 = (\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_2 = ?$$

Applying conservation of linear momentum,

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$2m_2(\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}) + 0 = 2m_2(\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j}) + m_2 \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_2 = 2(\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}) - 2(\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j})$$

$$= 2(\sqrt{3}\hat{i} - \hat{j}) + 2(\hat{i} - \sqrt{3}\hat{j})$$

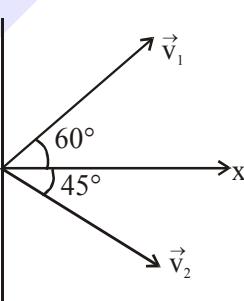
$$\vec{v}_2 = 2(\sqrt{3} - 1)(\hat{i} - \hat{j})$$

for angle between \vec{v}_1 & \vec{v}_2 ,

$$\cos \theta = \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{\vec{v}_1 \vec{v}_2} = \frac{2(\sqrt{3} - 1)(1 - \sqrt{3})}{2 \times 2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}$$

$$\cos \theta = \frac{1 - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 105^\circ$$

or



17. Official Ans. by NTA (3.00)

Sol. $x = \frac{3R}{8} = 3\text{cm}$

$$x = 3$$

