FUNCTION

1. यदि $g(x) = x^2 + x - 1$ तथा $(gof)(x) = 4x^2 - 10x + 5$, तो $f\left(\frac{5}{4}\right)$ बराबर है:

(1) $\frac{3}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$

(3) $-\frac{3}{2}$ (4) $\frac{1}{2}$

2. माना $f : (1,3) \to R$ एक फलन है, जो $f(x) = \frac{x[x]}{1+x^2}$, द्वारा परिभाषित है जहाँ $[x]$ महत्तम पूर्णांक $\le x$ को दर्शाता है। तो f का परिसर है :

(1) $\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$ (2) $\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right] \cup \left(\frac{3}{4},\frac{4}{5}\right)$

(3) $\left(\frac{2}{5},\frac{4}{5}\right]$ (4) $\left(\frac{2}{5},\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right]$

3. माना $f : R \to R$ इस प्रकार है कि सभी $x \in R$ के लिए $(2^{1+x} + 2^{1-x})$, $f(x)$ तथा $(3^x + 3^{-x})$ एक समांतर श्रेढ़ी में है, तो $f(x)$ का न्यूनतम मान है :

(1) 0 (2) 3

(3) 2 (4) 4

4. $f(x) = \frac{8^{2x} - 8^{-2x}}{8^{2x} + 8^{-2x}}, x \in (-1,1)$ का व्युत्क्रम फलन है_____.

(1) $\frac{1}{4}(\log_8 e)\log_e\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

(2) $\frac{1}{4}\log_e\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

(3) $\frac{1}{4}(\log_8 e)\log_e\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

(4) $\frac{1}{4}\log_e\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

5. माना एक फलन $f : R \to R$ प्रत्येक $x, y \in R$ के लिए $f(x + y) = f(x) + f(y)$ को संतुष्ट करता है। यदि $f(1) = 2$ तथा $g(n) = \sum_{k=1}^{(n-1)} f(k), n \in N$ है, तो n का वह मान जिसके लिए $g(n) = 20$ हैं, है -

(1) 5 (2) 9

(3) 20 (4) 4

6. माना [t], t से कम या बराबर महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है। तब x में समीकरण $[x]^2 + 2[x + 2] - 7 = 0$

(1) का कोई पूर्णांकीय हल नहीं होगा।

(2) के ठीक चार पूर्णांकीय हल होंगे।

(3) के ठीक दो हल होंगे।

(4) अनंत हल होंगे।

7. माना $A = \{a, b, c\}$ तथा $B = \{1, 2, 3, 4\}$ हैं, तो समुच्चय $C = \{f : A \to B | 2 \in f(A)$ तथा f एकैकी नहीं है$\}$ के अवयवों की संख्या है _____।

8. एक उपयुक्त वास्वतिक अचर a, चुनकर फलन $f : R - \{-a\} \to R$ $f(x) = \frac{a-x}{a+x}$ द्वारा परिभाषित किया गया है। इसके अतिरिक्त माना किसी वास्तविक संख्या $x \ne -a$ तथा $f(x) \ne -a$, के लिए $(fof)(x) = x$ है, तो $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ निम्न में से किसके बराबर है।

(1) $\frac{1}{3}$ (2) 3

(3) –3 (4) $-\frac{1}{3}$

9. माना कि एक फलन $f : R \to R$ सभी $x, y \in R$ के लिए $f(x + y) = f(x)f(y)$ को संतुष्ट करता है तथा $f(1) = 3$ है। यदि $\sum_{i=1}^{n} f(i) = 363$, तो n बराबर है _____.

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Mathematics\Hindi\Function.p65

SOLUTION

1. NTA Ans. (2)

Sol. $g(x) = x^2 + x - 1$

$g(f(x)) = 4x^2 - 10x + 5$

$= (2x-2)^2 + (2-2x) - 1$

$= (2-2x)^2 + (2-2x) - 1$

$\Rightarrow f(x) = 2 - 2x$

$$f\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{-1}{2}$$

2. NTA Ans. (4)

Sol. $$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x^2+1} & ; \quad x \in (1,2) \\ \dfrac{2x}{x^2+1} & ; \quad x \in [2,3) \end{cases}$$

$f(x)$ is decreasing function

$$\therefore \ f(x) \in \left(\frac{2}{5}, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right]$$

(4) Option

3. NTA Ans. (2)

Sol. $$f(x) = \frac{2\left(2^x + 2^{-x}\right) + \left(3^x + 3^{-x}\right)}{2} \geq 3$$

(A.M $\geq$ G.M)

4. NTA Ans. (3)

Sol. $$f(x) = y = \frac{8^{4x} - 1}{8^{4x} + 1} = 1 - \frac{2}{8^{4x} + 1}$$

so, $$8^{4x} + 1 = \frac{2}{1-y} \Rightarrow 8^{4x} = \frac{1+y}{1-y}$$

$$\Rightarrow x = \ell n\left(\frac{1+y}{1-y}\right) \times \frac{1}{4\ell n 8} = f^{-1}(y)$$

Hence, $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{4}\log_8 e\ell n\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$

5. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $f(x + y) = f(x) + f(y)$

$\Rightarrow f(n) = nf(1)$

$f(n) = 2n$

$$g(n) = \sum_{k=1}^{n-1} 2n = 2\left(\frac{(n-1)n}{2}\right) = n(n-1)$$

$g(n) = 20 \Rightarrow n(n-1) = 20$

$n = 5$

6. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $[x]^2 + 2[x+2] - 7 = 0$

$\Rightarrow [x]^2 + 2[x] + 4 - 7 = 0$

$\Rightarrow [x] = 1, -3$

$\Rightarrow x \in [1, 2) \cup [-3, -2)$

7. Official Ans. by NTA (19.00)

Sol. $C = \{f : A \to B | \ 2 \in f(A)$ and f is not one-one$\}$

Case-I : If $f(x) = 2 \ \forall \ x \in A$ then number of function = 1

Case-II : If $f(x) = 2$ for exactly two elements then total number of many-one function = ${}^3C_2 \ {}^3C_1 = 9$

Case-III : If $f(x) = 2$ for exactly one element then total number of many-one functions = ${}^3C_1 \ {}^3C_1 = 9$

Total = 19

node06\B09BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Mathematics\Hindi\Function.p65

8. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $f(x)=\frac{a-x}{a+x}$ $x \in R - \{-a\} \to R$

$$f(f(x))=\frac{a-f(x)}{a+f(x)}=\frac{a-\left(\frac{a-x}{a+x}\right)}{a+\left(\frac{a-x}{a+x}\right)}$$

$$f(f(x))=\frac{(a^2-a)+x(a+1)}{(a^2+a)+x(a-1)}=x$$

$\Rightarrow (a^2 - a) + x(a + 1) = (a^2 + a)x + x^2(a - 1)$

$\Rightarrow a(a - 1) + x(1 - a^2) - x^2(a - 1) = 0$

$\Rightarrow a = 1$

$$f(x)=\frac{1-x}{1+x},$$

$$f\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}=3$$

9. Official Ans. by NTA (5.00)

Sol. $f(x + y) = f(x)\, f(y)$

put $x = y = 1$ $\quad f(2) = (f(1))^2 = 3^2$

put $x = 2, y = 1$ $\quad f(3) = (f(1))^3 = 3^3$

$\vdots$

Similarly $f(x) = 3^x$

$$\sum_{i=1}^{n} f(i)=363 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} 3^i=363$$

$(3 + 3^2 + ... + 3^n) = 363$

$$\frac{3(3^n-1)}{2}=363$$

$3^n - 1 = 242 \Rightarrow 3^n = 243$

$\Rightarrow n = 5$

ALLEN®

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Mathamatics\Hindi\Function.p65