

CLASS : XII
SESSION: 2023-24
MP-BOARD PATTERN QUESTION PAPER
SUBJECT: MATHEMATICS

Maximum Marks: 80

Time Allowed: 3 hours.

***General Instructions:* सामान्य निर्देश:**

- (i) All questions are compulsory.
सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) Sub questions of Question Nos 1 to 5 carry 1 mark each.
प्रश्न संख्या 1 से 5 तक के उप प्रश्नों में से प्रत्येक के लिए 1 अंक है।
- (iii) Question Nos 6 to 15 carry 2 marks each.
प्रश्न संख्या 6 से 15 तक प्रत्येक के लिए 2 अंक हैं।
- (iv) Question Nos 16 to 19 carry 3 marks each.
प्रश्न संख्या 16 से 19 तक प्रत्येक के लिए 3 अंक हैं।
- (v) Question Nos 20 to 23 carry 4 marks each.
प्रश्न संख्या 20 से 23 तक प्रत्येक के लिए 4 अंक हैं।

1. Choose the correct options.

(1 x 6)

सही विकल्प चुनें।

1. A relation in R is defined as : $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$, then R is :
 - . 1. An equivalence relation
 - 2. Symmetric, reflexive
 - 3. Neither symmetric, nor transitive, nor reflexive
 - 4. None of these

एक संबंध R में इस प्रकार हैं $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$, तो R है ?

 - . 1. तुल्यता संबंध
 - 2. सममित, स्वतुल्य
 - 3. ना तो स्वतुल्य, ना ही सममित और ना ही संक्रामक
 - 4. इनमें से कोई नहीं
2. Which of the following is true for matrix multiplication ?
 - 1. Commutative law 2. Associative law 3. Both the laws
 - 4. None of these

निम्नलिखित में से आव्यूह गुणनफल के लिये कौन सा सत्य है ?

 - . 1. क्रमविनिमेय नियम 2. साहचर्य नियम 3. 1 व 2, दोनों
 - 4. इनमें से कोई नहीं
3. If the function $f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{if } x \leq 2 \\ 3, & \text{if } x > 2 \end{cases}$ is continuous at point $x = 2$, then find the value of k :
 - 1. $k = \frac{3}{4}$
 - 2. $k = \frac{1}{2}$
 - 3. $k = \frac{2}{3}$
 - 4. None of these

यदि फलन $f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{if } x \leq 2 \\ 3, & \text{if } x > 2 \end{cases}$ बिंदु $x = 2$ पर संतत है तो k मान ज्ञात करें :

1. $k = \frac{3}{4}$
2. $k = \frac{1}{2}$
3. $k = \frac{2}{3}$
4. इनमें से कोई नहीं

4. Value of function $x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 10$ is maximum when $x =$
 1. 3 2. 2 3. 1 4. 0
 फलन $x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 10$ का अधिकतम मान है जब $x =$
 1. 3 2. 2 3. 1 4. 0
5. The value of $\int \frac{dx}{x \log x}$ is :
 1. $\log x$ 2. $\log(\log x)$ 3. $\log x^2$ 4. $\log(\log x^2)$

- $\int \frac{dx}{x \log x}$ का मान है :
 1. $\log x$ 2. $\log(\log x)$ 3. $\log x^2$ 4. $\log(\log x^2)$
6. If $\vec{a} \perp \vec{b}$, then $|\vec{a} + \vec{b}|^2$ is :
 1. $|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$ 2. $|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$ 3. 0 4. 1
 यदि $\vec{a} \perp \vec{b}$, तो $|\vec{a} + \vec{b}|^2$ है :
 1. $|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$ 2. $|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$ 3. 0 4. 1

2. Fill in the Blanks - (1 x 6)
 रिक्त स्थानों की पूर्ति करे -

1. The additive inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ is _____.

आव्युह $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ का योगात्मक व्युत्क्रम है _____.

2. Differential coefficient of $\frac{1}{x^2}$ will be _____.

$\frac{1}{x^2}$ का अवकल गुणांक होगा _____.

3. The maximum value of $[x(x-1) + 1]^{1/3}$, $0 \leq x \leq 1$ is _____.
 $[x(x-1) + 1]^{1/3}$, $0 \leq x \leq 1$ का अधिकतम मान है _____.

4. The value of $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ is _____

$\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ का मान है _____.

5. If $f(x) = \int_0^x t \sin t dt$, then the value of $f'(x)$ is _____.

यदि $f(x) = \int_0^x t \sin t dt$, तो $f'(x)$ का मान है _____.

6. The direction cosines of vector $3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ are _____.

सदिश $3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ के दिक्कोसाइन हैं _____.

3. Write True / False in the following : - (1 x 6)
निम्नलिखित में सत्य / असत्य लिखें :-

1. $2\cos^{-1} x = \sin^{-1} \left(2x\sqrt{1-x^2} \right)$

2. Addition of matrix follows commutative law.

आव्यूह योगफल क्रमविनिमय नियम का पालन करता है।

3. If a particle moves in a straight line such that $S = \sqrt{t}$, then its acceleration is proportional to the cube of the velocity.

यदि कोई कण सीधी रेखा में इस प्रकार गति करता है कि $S = \sqrt{t}$, तो उसका त्वरण वेग के घन के समानुपाती होता है।

4. The set $\{x : a \leq x \leq b\}$ which consists of both a and b is called an open intervals.

समुच्चय $\{x : a \leq x \leq b\}$ जिसमें a और b दोनों शामिल हैं, खुला अंतराल कहलाता है।

5. Distance of point (1, 0, 2) from X-axis is 1.

X-अक्ष से बिंदु (1, 0, 2) की दूरी 1 है।

6. The starting and end point of vector are collinear, it is known as unit vector.

सदिश का प्रारंभिक और अंतिम बिंदु संरेख होते हैं, इसे इकाई सदिश के रूप में जाना जाता है।

4. Match the column : - (1 x 7)

Column - I

Column - II

1. Range of the function $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$ (i) 3

2. If $y = \tan(\tan^{-1} x)$, then the value $\frac{dy}{dx}$ (ii) 5

3. Area bounded by curve $y = 2x$,
 $0 \leq x \leq 3$ is (iii) 1

4. Area bounded by curve $y = 3x^2$,
and $x = 0, x = 3$ is (iv) $\{-1, 1\}$

5. The degree of differential equation (v) 9

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + x^2 \frac{dy}{dx} = e^x$$

6. If O is origin an P (3, -4), then the (vi) 27
value of \overrightarrow{OP} , when $|\overrightarrow{OP}|$ is represented in
terms of unit vector

7. If $\vec{a} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 7\hat{k}$, (vii) $\sqrt{74}$
then $|\vec{a} + \vec{b}|$ is :

सही जोड़े बनाये –

स्तंभ - I

(1 x 7)

स्तंभ - II

1. फलन $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$ का परिसर (i) 3
2. यदि $y = \tan(\tan^{-1} x)$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान (ii) 5
3. वक्र $y = 2x$, $0 \leq x \leq 3$ से घिरा क्षेत्रफल है (iii) 1
4. वक्र $y = 3x^2$, और $x = 0$, $x = 3$ से घिरा क्षेत्रफल है (iv) $\{-1, 1\}$
5. अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x^2 \frac{dy}{dx} = e^x$ की धात (v) 9
6. यदि O मूल बिंदु है और P (3, -4), तो \overrightarrow{OP} , का मान है (vi) 27
जब $|\overrightarrow{OP}|$ इकाई सदिश के रूप में दर्शाया गया है
7. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 7\hat{k}$,
तो $|\vec{a} + \vec{b}|$ है : (vii) $\sqrt{74}$

5. Write Answer in one word / sentence. (1 x 7)
एक शब्द/वाक्य में उत्तर लिखिए.

1. Write the value of $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान लिखिए

2. Write the value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान लिखिए

3. What is the type of matrix A, if $A' = -A$?

यदि $A' = -A$, आव्यूह A का प्रकार है?

4. Find the value of determinat $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ x-1 & x \end{vmatrix}$

सारणिक $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ x-1 & x \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए?

5. Find the second order differential of $\log(\log x)$ with respect to x.

x के सापेक्ष $\log(\log x)$ का द्वितीय कोटि अवकलज ज्ञात कीजिए।

6. Find the second order differential of $e^{6x} \cos 3x$ with respect to x.

x के सापेक्ष $e^{6x} \cos 3x$ का द्वितीय कोटि अवकलज ज्ञात कीजिए।

7. The minimum value of $3\sin\theta + 4\cos\theta$ is :

$3\sin\theta + 4\cos\theta$ का न्यूनतम मान है :

6. Find the value of $\int \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} dx$. [2]

$\int \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Or - अथवा

Find the value of $\int xe^x dx$.

$\int xe^x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

7. Find the unit vector in the direction of vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$. [2]

सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ की दिशा में इकाई सदिश ज्ञात कीजिए।

Or - अथवा

Find the value of 'x' for which $x(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ is a unit vector.

'x' का वह मान बताइए जिसके लिये $x(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ एक इकाई सदिश है।

8. Find the position vector of the mid-point of the vector joining two points P (2, 3, 4) and Q (4, 1, -2). [2]
दो बिंदुओं P (2, 3, 4) और Q (4, 1, -2) को जोड़ने वाले सदिश के मध्य बिंदु का स्थिति सदिश ज्ञात कीजिए।

Or - अथवा

Find the projection of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$ on the vector $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$.

सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेपण ज्ञात कीजिए।

9. If $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, then find $(A + B)'$. [2]

यदि $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, तो $(A + B)'$ ज्ञात कीजिए।

Or - अथवा

If $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, then find the value of AB.

यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, तो AB का मान ज्ञात कीजिए।

10. Differentiate x^x with respect to x. [2]

x^x को x के सापेक्ष अवकलित कीजिए।

Or - अथवा

Check the continuity of the function f given by $f(x) = 2x + 3$ at $x = 1$.

फलन $f(x) = 2x + 3$ की सांतत्य $x = 1$ पर विचार कीजिए।

11. Show that the number of equivalence relation in the set $\{(1, 2, 3)\}$ containing (1,2) and (2, 1) is two. [2]
दिखाएं कि (1,2) और (2, 1) वाले समुच्चय $\{(1, 2, 3)\}$ में तुल्यता संबंधों की संख्या दो हैं।

Or - अथवा

Show that the function $f : N \rightarrow N$ given by $f(1) = f(2) = 1$ and $f(x) = x - 1$ for every $x > 2$, is onto but not one - one.

दिखाएं कि प्रत्येक $x > 2$ के लिए $f(1) = f(2) = 1$ और $f(x) = x - 1$ द्वारा दिया गया फलन $f : N \rightarrow N$ आच्छादक है, लेकिन एकेकी नहीं है।

12. Express, $\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right)$, $|x| > 1$ in simplest form. [2]

$\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right)$, $|x| > 1$ को सरलतम रूप में दर्शाइए।

Or - अथवा

Simplify the expression $\cos(\tan^{-1}x) = \sin\left(\cot^{-1}\frac{3}{4}\right)$

व्यंजक $\cos(\tan^{-1}x) = \sin\left(\cot^{-1}\frac{3}{4}\right)$ को सरल कीजिए।

13. If $x - y = \pi$, then find $\frac{dy}{dx}$. [2]

यदि $x - y = \pi$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

Or - अथवा

differentiate $\sqrt{e^{\sqrt{x}}}$ with respect to x.

$\sqrt{e^{\sqrt{x}}}$ को x के सापेक्ष अवकलित कीजिए।

14. Find the least value of a function such that the function f is given by $f(x) = x^2 + ax + 1$ is strictly increasing on (1, 2). [2]

a का वह न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए जिसके लिये अंतराल (1, 2) में $f(x) = x^2 + ax + 1$ प्रदत्त फलन वर्धमान है।

Or - अथवा

Find the rate of change of the area of a circle with respect to its radius $r = 3$ cm.

किसी वृत्त की त्रिज्या $r = 3$ सेमी. के सापेक्ष उसके क्षेत्रफल की परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

15. Find local maximum and local minimum value of the function f given by $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$. [2]
 $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ द्वारा दिये गये फलन f का स्थानीय अधिकतम एवं स्थानीय न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

Or - अथवा

Find two positive numbers whose sum is 15 and the sum of whose square is minimum.

दो धनात्मक संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 15 है और जिनके वर्ग का योग न्यूनतम है।

16. Prove that if E and F are two independent events, then the events E' and F' are also independent. [3]
 सिद्ध कीजिए कि यदि E और F दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो E' और F' भी स्वतंत्र हैं।

Or - अथवा

If A and B are mutually exclusive events and $P(A \cup B) > 0$, then prove that : $P(A / A \cup B) = \frac{P(A)}{P(A) + P(B)}$

यदि A और B परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं और $P(A \cup B) > 0$, तो सिद्ध कीजिए कि $P(A / A \cup B) = \frac{P(A)}{P(A) + P(B)}$

17. Solve the following linear programming problem graphically : Maximise : $Z = 4x + y$ [3]
 Subject to the constraints : $x + y \leq 50$, $3x + y \leq 90$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.
 निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफिक रूप से हल करें : $Z = 4x + y$ को अधिकतम करें।
 निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत : $x + y \leq 50$, $3x + y \leq 90$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Or - अथवा

Solve the following linear programming problem graphically : Maximise $Z = 5x + 2y$

Subject to the constraints : $x + y \geq 40$, $2x + y \leq 70$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफिक रूप से हल करें : $Z = 5x + 2y$ को अधिकतम करें।

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत : $x + y \geq 40$, $2x + y \leq 70$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

18. Solve the differential equation : $\frac{dy}{dx} = x \log x$. [3]

अवकल समीकरण को हल करें : $\frac{dy}{dx} = x \log x$.

Or - अथवा

Find the general solution of the differential equation $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$.

अवकल समीकरण $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

19. Find the area bounded by curve $y = x^2$, line $x = 1$, $x = 2$ and X - axis. [3]
 वक्र $y = x^2$, रेखा $x = 1$, $x = 2$ और X -अक्ष द्वारा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Or - अथवा

Find the area of the parabola $y^2 = 4ax$ bounded by its latus rectum.

परवलय $y^2 = 4ax$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो इसके नाभिलंब से घिरा हो।

20. Find the shortest distance between the following lines :

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ and } \vec{r} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k} + \mu(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$$

निम्नलिखित रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ और } \vec{r} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k} + \mu(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$$

Or - अथवा

Prove that following lines are intersecting :

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \lambda(3\hat{i} - \hat{j}) \text{ and } \vec{r} = 4\hat{i} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{k}).$$

सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित रेखाएँ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं।

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \lambda(3\hat{i} - \hat{j}) \text{ and } \vec{r} = 4\hat{i} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{k}).$$

21. Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx.$

मूल्यांकन करें : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx.$

Or - अथवा

Evaluate : $\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx.$

मूल्यांकन करें : $\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx.$

22. Differentiate the function $(\sin x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$ with respect to 'x'.

फलन $(\sin x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$ को 'x' के सापेक्ष अवकलित कीजिए।

Or - अथवा

Find $\frac{dy}{dx}$, if $y^x + x^y + x^x = a^b$.

यदि $y^x + x^y + x^x = a^b$, $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

23. Solve the following system of equation by matrix method :

निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्युह विधि से हल कीजिए।

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

Or - अथवा

If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, find A^{-1} . यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, A^{-1} ज्ञात कीजिए।
