ALLEN

SAMPLE PAPER

Subject - Maths

Class - XII

Time : 3.15 Hrs | Maximum Marks: 80

Q.1. MCQ :- **[18×1=18]**

(i) Let $f : R \to R$ be defined as f(x) = 3x. Choose the correct answer -

(a) f is one-one onto (b) f is many-one onto

(c) f is one-one but not onto (d) f is neither one-one nor onto ( )

मान लीजिए कि f(x) = 3x द्वारा परिभाषित फलन $f : R \to R$ है। सही उत्तर चुनिए –

(अ) f एकैकी आच्छादक है (ब) f बहुएक आच्छादक है

(स) f एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं है (द) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है ( )

(ii) $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ is equal to -

$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ बराबर है –

(अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $\frac{1}{3}$ (स) $\frac{1}{4}$ (द) 1 ( )

(iii) If A, B are symmetric matrices of same order, then AB - BA is a -

(a) skew symmetric matrix (b) symmetric matrix

(c) zero matrix (d) identify matrix

यदि A तथा B समान कोटि के सममित आव्यूह है तो AB - BA एक –

(अ) विषम सममित आव्यूह है (ब) सममित आव्यूह है (स) शून्य आव्यूह है (द) तत्समक आव्यूह है ( )

(iv) Let A be a square matrix of order 3×3, then |kA| is equal to -

यदि A एक 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह है तो |kA| का मान होगा –

(अ) k|A| (ब) $k^2|A|$ (स) $k^3|A|$ (द) 3k|A| ( )

(v) If A, be a non-singular square matrix of order 3×3, then |adjA| is equal to -

यदि A, 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह है तो |adjA| का मान है –

(अ) |A| (ब) $|A|^2$ (स) $|A|^3$ (द) 3|A| ( )

(vi) If $y = x.\log_e x$ then $\frac{d^2y}{dx^2}$ will be -

यदि $y = x.\log_e x$ है तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ होगा –

(अ) $\frac{1}{1+x}$ (ब) $\frac{1}{x}$ (स) $\log(1+x)$ (द) $1+\log x$ ( )

(vii) The differential of the function $\cos(\sin x)$ is -

फलन $\cos(\sin x)$ का अवकलन है –

(अ) $\sin(\sin x)$ (ब) $\sin(\cos x)$ (स) $-\sin(\sin x)$ (द) $-\cos x.\sin(\sin x)$ ( )

(viii) The interval in which $y = x^2.e^{-x}$ is increasing ?

निम्नलिखित में से किस अंतराल में $y = x^2.e^{-x}$ वर्धमान है ?

(अ) $(-\infty,\infty)$ (ब) (–2, 0) (स) $(2,\infty)$ (द) (0, 2) ( )

(ix) The anti derivative of $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ equals -

$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ का प्रतिअवकलज है –

(अ) $\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}+2x^{\frac{1}{2}}+c$ (ब) $\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}}+\frac{1}{2}x^{2}+c$

(स) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+2x^{\frac{1}{2}}+c$ (द) $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}}+\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}+c$ ( )

(x) Area of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$, y-axis and the line $y = 3$ is -
वक्र $y^2 = 4x$, y–अक्ष एवं रेखा $y = 3$ से घिरे क्षैत्र का क्षैत्रफल है –

(अ) 2 (ब) $\frac{9}{4}$ (स) $\frac{9}{3}$ (द) $\frac{9}{2}$ ( )

(xi) The order of the differential equation $2x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+y=0$ -

$2x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+y=0$ अवकल समी. की कोटि है –

(अ) 2 (ब) 1 (स) 0 (द) Not defined (परिभाषित नहीं है) ( )

(xii) If $\vec{a}$ is a non-zero vector of magnitude 'a' and λ a non-zero scalar, then $\lambda\vec{a}$ is unit vector if -
यदि शून्येतर सदिश $\vec{a}$ का परिमाण 'a' है और λ एक शून्येतर अदिश है तो $\lambda\vec{a}$ एक मात्रक सदिश है यदि

(अ) $\lambda = 1$ (ब) $\lambda = -1$ (स) $a = |\lambda|$ (द) $a = \frac{1}{|\lambda|}$ ( )

(xiii) The value of $\hat{i}.\left(\hat{j}\times\hat{k}\right)+\hat{j}.\left(\hat{i}\times\hat{k}\right)+\hat{k}.\left(\hat{i}\times\hat{j}\right)$ is -

$\hat{i}.\left(\hat{j}\times\hat{k}\right)+\hat{j}.\left(\hat{i}\times\hat{k}\right)+\hat{k}.\left(\hat{i}\times\hat{j}\right)$ का मान है –

(अ) 0 (ब) –1 (स) 1 (द) 3 ( )

(xiv) If θ is the angle b/w any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ then $\left|\vec{a}.\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\times\vec{b}\right|$ when θ is equal to -

यदि दो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण θ है तो $\left|\vec{a}.\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\times\vec{b}\right|$ जब θ बराबर है –

(अ) 0 (ब) $\frac{\pi}{4}$ (स) $\frac{\pi}{2}$ (द) π ( )

(xv) If a line makes angle 90^0, 60^0, and 30^0, with the positive direction of x, y and z-axis respectively, then its direction cosines -
यदि एक रेखा x, y तथा z–अक्षो को धनात्मक दिशा के साथ क्रमशः 90^0, 60^0 और 30^0 का कोण बनाती है तो दिक्–कोसाइन होगी –

(अ) $0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ (ब) $\frac{1}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}$ (स) $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0$ (द) $0, \frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}$ ( )

(xvi) If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 0$, then P(A/B) is -

यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 0$ हो तो P(A/B) है –

(अ) 0 (ब) $\frac{1}{2}$ (स) not defined (परिभाषित नहीं) (द) 1 ( )

(xvii) If A and B are two events such that $P(A) \neq 0$ and P(B/A) = 1 then -
यदि A और B दो ऐसी घटनाएं है कि $P(A) \neq 0$ और P(B/A) = 1, तब

(अ) $A \subset B$ (ब) $B \subset C$ (स) $B = \phi$ (द) $A = \phi$ ( )

(xviii) The probability of obtaining an even prime number on each die, when a pair of dice is rolled is -
यदि पासों का एक जोड़ा उछाला जाता है तो प्रत्येक पासें पर सम अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है ?

(अ) 0 (ब) $\frac{1}{3}$ (स) $\frac{1}{12}$ (द) $\frac{1}{36}$ ( )

Q.2. Fill in the blanks :- **[6×1=6]**

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :–

(i) The principal value of $\sec^{-1}\left(-\sqrt{2}\right) =$ ..... .

$\sec^{-1}\left(-\sqrt{2}\right)$ का मुख्य मान = ... है।

(ii) If $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ then x = ...

यदि $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ है तो x = ... है।

(iii) The maximum value of function f(x) = |sin4x+3| is ..... .
फलन f(x) = |sin4x+3| का उच्चतम मान = ... है।

(iv) $\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} dx =$ ..... .

(v) The integrating factor of the differential equation $x.\frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ is ..... .

अवकल समी. $x.\frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ का समाकलन गुणांक ..... है।

(vi) The projection of the vector $\hat{i} - \hat{j}$ on the vector $\hat{i} + \hat{j}$ is ..... .

सदिश $\hat{i} + \hat{j}$ पर सदिश $\hat{i} - \hat{j}$ का प्रक्षेप ..... है।

Q.3. Very Short Answer Type Questions :- **[12×1=12]**

(i) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ find AB.

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ है तो AB ज्ञात कीजिए –

(ii) Find adjA for $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$.

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ के लिए सहखण्डज A ज्ञात कीजिए।

(iii) Differentiate $\sin\left(\cos x^2\right)$ with respect to x.

x के सापेक्ष $\sin\left(\cos x^2\right)$ का अवकलज कीजिए।

(iv) If $x^2 + xy + y^2 = 100$ then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^2 + xy + y^2 = 100$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

(v) The radius of a circle increasing at the rate of 0.7 cm/s. What is the rate of incrase of its circumference?
एक वृत की त्रिज्या 0.7 सेमी./सै. की दर से बढ़ रही है। इसकी परिधि की वृद्धि की दर क्या है ?

(vi) Show that the function given by f(x) = 7x - 3 strictly increasing.
दर्शाइए कि प्रदत फलन f(x) = 7x - 3, R पर एक वर्धमान फलन है।

(vii) $\int \frac{1}{x + x\log x} dx$

(viii) Find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

वृत $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षैत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ix) Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$.

अवकल समी. $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

(x) Find the angle b/w the vectors $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$.

सदिशो $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।

(xi) Find the equation of the line which passes through the point (1, 2, 3) and is parallel to two vector $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$.

बिन्दू (1, 2, 3) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो सदिश $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ के समांतर है।

(xii) If A and B are two events such that $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$. Find P(not A and not B)

दी गई घटनाएँ A और B ऐसी है, जहाँ $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ और $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ तब P(A नही और Bनही) ज्ञात कीजिए।

(Section - A) (खण्ड – ब)

Q.4. Prove that a relation R in R defined by $R = \{(a,b) : a \le b\}$ is reflexive and transitive but not symmetric. 2
सिद्ध कीजिए कि R में $R = \{(a,b) : a \le b\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं।

Q.5. Prove that - 2
सिद्ध कीजिए –

$$2\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{7} = \tan^{-1}\frac{31}{17}$$

Q.6. If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ find k so that $A^2 = kA - 2I$. 2

यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ और $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ है तो k का मान ज्ञात कीजिए जहाँ $A^2 = kA - 2I$ है।

Q.7. Solve the system of equations by matrix method - 2
निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए –

$$2x + 5y = 1$$
$$3x + 2y = 7$$

Q.8. Find the value of k so that function f is continuous at the indicated point - 2
k का मान ज्ञात कीजिए ताकि प्रदत फलन निर्दिष्ट बिन्दू पर सतत हो –

$$f(x) = \begin{cases} kx+1, & x \le 5 \\ 3x-5, & x > 5 \end{cases}$$

is continuous at x = 5 (फलन सतत है $x = 5$ पर)

Q.9. Find $\frac{dy}{dx}$. If $x^y + y^x = 1$. 2

$\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए यदि $x^y + y^x = 1$ है।

Q.10. Find the intervals in which the function f given by $f(x) = x^2 - 4x + 6$ is 2
(a) strictly increasing (b) strictly decreasing
अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = x^2 - 4x + 6$ से प्रदत फलन f –
(क) वर्धमान है (ब) हासमान है

Q.11. $\int \sin^4 x.dx$ 2

Q.12. Find the area of the region bounded by $y^2 = 9x$, $x = 2$, $x = 4$ and the x-axis in the first quadrant. 2
प्रथम चतुर्थांश में वक्र $y^2 = 9x$, $x = 2$, $x = 4$ एवं x–अक्ष से घिरे क्षैत्र का क्षैत्रफल ज्ञात कीजिए।

Q.13. Find a unit vector perpendicular to each of the vector $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$ and $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$, where $\vec{a} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$.

सदिश $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$ और $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$ में से प्रत्येक के लंबवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{a} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ है। 2

(Section - C)

Q.14. Evaluate (ज्ञात कीजिए) – 3

$$\int \frac{1}{\sqrt{7-6x-x^2}}dx$$

OR

$$\int \frac{\cos x}{(1-\sin x)(2-\sin x)}dx$$

Q.15. Solve the differential equation -
अवकल समी. को हल कीजिए – 3

$$xdy - ydx = \sqrt{x^2+y^2}dx$$

OR

$$\cos^2 x.\frac{dy}{dx} + y = \tan x\left(0 \le x < \frac{\pi}{2}\right)$$

Q.16. Find the angle b/w the following pair of lines. 3
निम्नलिखित रेखाओं के युग्म के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।
$\vec{r} = 2\hat{i}-5\hat{j}+\hat{k}+\lambda\left(3\hat{i}+2\hat{j}+6\hat{k}\right)$ and (और)
$\vec{r} = 7\hat{i}-6\hat{k}+\mu\left(\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}\right)$

OR

$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{-3}$ and (और) $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{4}$

Q.17. In answering a question on a multiple choice test a student either knows the answer or guesses. Let $\frac{3}{4}$ be the probability that he knows the answer and $\frac{1}{4}$ be the prbability that he guesses. Assuming that a student who

gusses at the answer will be correct with probability $\frac{1}{4}$. what is the probability that the student knows the answer given that he answered it correctly ?

एक बहुविकल्पी प्रश्न का उत्तर दने में एक विद्यार्थी या तो प्रश्न का उत्तर जानता है या वह अनुमान लगाता है। मान ले कि उसके उत्तर जानने के प्रायिकता $\frac{3}{4}$ है और अनुमान लगाने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है। मान ले कि छात्र के प्रश्न का उत्तर अनुमान लगाने पर सही उत्तर दने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है तो इस बात की क्या प्रायिकता है कि कोई छात्र प्रश्न का उत्तर जानता है। यदि यह ज्ञात है कि उसने सही उत्तर दिया है ? 3

OR (अथवा)

Bag I contains 3 red and 4 black ball another Bag II contains 5 red and 6 black. One ball is drawn at random from one of the bags and it is found to be red. Find the probability that it was drawn from Bag II.

दो थैले I और II दिए है। थैले I में 3 लाल और 4 काली गेंद है जब कि थैले II में 5 लाल और 6 काली गेंदे है। किसी एक थैले में से यादृच्छया एक गेंद निकाली गई है जो कि लाल रंग की है। इस बात कि क्या प्रायिकता है कि यह गैंद थैले II से निकाली गई है ?

(Section - D)

Q.18. Evaluate $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$ 4

मान ज्ञात कीजिए $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$

OR (अथवा)

Evaluate $\int_0^{\pi} \frac{x}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} dx$

मान ज्ञात कीजिए $\int_0^{\pi} \frac{x}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} dx$

Q.19. Find the shortest distance b/w the lines - 4

रेखाओं के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए –

$\vec{r} = \left(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}\right) + \lambda\left(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}\right)$

$\vec{r} = \left(2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}\right) + \mu\left(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}\right)$

OR (अथवा)

$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ and $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$

Q.20. Maximize $Z = 3x + 2y$ under the following constraint - 4

निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत $Z = 3x + 2y$ का अधिकतमीकरण कीजिए –

$x + 2y \leq 10$

$3x + y \leq 15$

$x \geq 0, y \geq 0$

OR (अथवा)

Minimise and maximize $Z = 3x + 9y$ under the following constraint -

निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत $Z = 3x + 9y$ का न्यूनतमीकरण तथा अधिकतमीकरण कीजिए –

$x + 3y \leq 60$

$x + y \geq 10$

$x \leq y$

$x \geq 0, y \geq 0$